XXXIV SIEM
SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
17 | 18 Julho 2024
Caldas da Rainha

ATAS DO XXXIV SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Caldas da Rainha
17 e 18 de julho 2024

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

APM
Associação de Professores de Matemática

ATAS DO XXXIV

SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PROCEEDINGS OF THE XXXIV

RESEARCH SEMINAR IN MATHEMATICS EDUCATION

Painel Editorial
Editors

Raquel Vieira
Rita Cadima
Nicole Duarte
Nuno Raínho
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Dina Tavares
Joaquim Pinto
Nádia Ferreira
Hélia Pinto

Caldas da Rainha 2024
PORTUGAL

Periodicidade anual/Yearly Publishing
URL: https://www.apm.pt/siem_atas

APM
Associação de Professores de Matemática

FICHA TÉCNICA

Título:	Atas do XXXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática
Editor:	APM Associação de Professores de Matemática
ISBN:	978-972-8768-79-9
ISSN:	2795-5192
[Suporte: Eletrónico];	[Formato: PDF / PDF/A]
Coordenação/ Coordination:	Hélia Pinto
Revisão Técnica/ Technical Review:	Nádia Ferreira
Design gráfico e paginação/ Graphic design and layout:	Mário Baía
Data de publicação/ Publication date:	2025

Comissão Científica
Scientific Committee

Alexandra Gomes, *CIEC, Universidade do Minho, Portugal*
Ana Barbosa, *inED, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal*
Ana Caseiro, *CIED, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*
Ana Elisa Esteves Santiago, *NIEFI, CICS.NOVA, Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal*
Ana Isabel Silvestre, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Ana Oliveira, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Ana Paula Canavarro, *Universidade de Évora, Portugal*
António Domingos, *CICS.NOVA, FCT, Universidade NOVA de Lisboa, Portugal*
António Guerreiro, *Universidade do Algarve, Portugal*
Berta Barquero, *Universitat de Barcelona. Departamento de Educación Lingüística, Científica y Matemática, Espanha*
Carlos Miguel Ribeiro, CIEspMat, *Faculdade de Educação da UNICAMP, Brasil*
Catarina Delgado, *CIEF/IPS, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*
Célia Mestre, *Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*
Cláudia Torres, *AE D. Dinis Lisboa, Projeto #EstudoEmCasa Apoia, Ministério da Educação, Ciência e Inovação, Portugal*
Cristina Martins, *CIEB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*
Dina Tavares, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Ema Mamede, *CIEC, IE, Universidade do Minho, Portugal*
Fátima Fernandes, *inED, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal*
Fátima Regina Jorge, *Instituto Politécnico de Castelo Branco, Portugal*
Fátima Mendes, *CIEF/IPS, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*
Fernando Martins, *NIEFI, UNICID, iiA, RoboCorp, inED, ESEC, Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal*
Graça Cebola, *Instituto Politécnico de Portalegre, Portugal*
Helena Martinho, *CIEd-UM, Universidade do Minho, Portugal*
Helena Rocha, *CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa, Portugal*
Hélia Jacinto, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Hélia Oliveira, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Hélia Pinto, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Hugo Menino, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Isabel Cabrita, *Universidade de Aveiro, Portugal*
Isabel Vale, *CIEC-UM, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal*
João Pedro Ponte, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Joaquim Pinto, *Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro, Portugal*
Jorge Henrique Gualandi, *Instituto Federal do Espírito Santo - campus Cachoeiro de Itapemirim, Brasil*

Leonor Santos, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Lina Fonseca, *CIEC-UM, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal*
Lurdes Serrazina, *UIDEF, IE, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*
Manuel Vara Pires, *CIEB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*
Margarida Rodrigues, *UIDEF, IE, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*
Maria Cristina Costa, *Smart Cities Research Center, Instituto Politécnico de Tomar, Portugal*
Maria de Fátima Mendes, *CIEQV, ESE, Instituto Politécnico de Setúbal*
Maria Teresa Fernandez Blanco, *Open STEAM, Universidade de Santiago de Compostela, Espanha*
Marina Rodrigues, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Marisa Quaresma, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Nádia Ferreira, *CIE, ISPA - Instituto Universitário, Portugal*
Nélia Amado, *UIDEF, IE, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Portugal*
Neusa Branco, *ESSE, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal*
Nicole Duarte, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Paula Teixeira, *Agrupamento de Escolas João de Barros, Portugal*
Paulo Afonso, *CIPEC, Instituto Politécnico de Castelo Branco, Portugal*
Pedro Palhares, *Universidade do Minho, Portugal*
Pedro Tadeu, *CI&DEI - Escola Superior de Educação, Comunicação e Desporto - Instituto Politécnico da Guarda, Portugal*
Raquel Santos, *CIEQV, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal*
Rita Cadima, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Rosa Ferreira, *CMUP, Universidade do Porto, Portugal*
Susana Colaço, *ESE, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal*
Teresa Neto, *CIDTFF, Universidade de Aveiro, Portugal*

Comissão Organizadora
Organizing Committee

Ana Oliveira, CI&DEI, *Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Dina Tavares, CI&DEI, *Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Hélia Pinto, CI&DEI, *Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Hugo Menino, CI&DEI, *Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
João Pedro Ponte, *UIDEF, IE, Universidade de Lisboa, Portugal*
Joaquim Pinto, *Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro, Portugal*
Lurdes Serrazina, *UIDEF, IE, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*
Manuel Marques, *Associação de Professores de Matemática, Portugal*
Marina Rodrigues, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Nádia Ferreira, *CIE, ISPA - Instituto Universitário, Portugal*
Nicole Duarte, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Nuno Rainho, *Politécnico de Leiria, Portugal*
Pedro Mesquita, *Escola Secundária Rafael Bordalo Pinheiro, Caldas da Rainha, Portugal*
Raquel Vieira, *Politécnico de Leiria, Portugal*
Rita Cadima, *CI&DEI, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal*
Rogério Costa, *ESECS, Politécnico de Leiria, Portugal*
Soraia Farinha, *ESECS, Politécnico de Leiria, Portugal*

Índice/Table of contents

1 Introdução
3 Introduction

Simpósios de Comunicações
Communication Symposiums

6 Conceções sobre a geometria e o seu ensino em pesquisas brasileiras: um olhar para teses e dissertações
Beliefs about geometry and its teaching in Brazilian research: a look at theses and dissertations
Thales Pessoa de Sousa Silva, Kátia Maria de Medeiros, Nélia Maria Pontes Amado

18 Um panorama dos programas de acompanhamento de professores iniciantes que ensinam matemática no Brasil
An overview of monitoring programs for beginning teachers who teach mathematics in Brazil
Bertrand Luiz Corrêa Lima, Reginaldo Fernando Carneiro

29 Panorama das investigações sobre a formação do professor de matemática em contexto de colaboração luso-brasileira
Overview of research on mathematics teacher education in a Portuguese-Brazilian collaborative context
Francisco Alexandre de Lima Sales, Alexandra Sofia Cunha Rodrigues, Reullyanne Freitas de Aguiar

40 O Desenvolvimento do Conhecimento do Pensamento Computacional e da Prática Letiva no 3.º ciclo, através do Estudo de Aula
The Development of Knowledge of Computational Thinking and Teaching Practice in the 3rd cycle, through Lesson Study
Gláucia Pinto Rama, Marisa Quaresma, João Pedro da Ponte

52 O desenvolvimento da prática de professores de matemática do 3.º ciclo através do estudo de aula: papel do facilitador e perspetiva dos participantes
The development of 3rd cycle mathematics teachers practice through lesson study: facilitator role and perspective of participants
Arminda Pereira, Marisa Quaresma, João Pedro da Ponte

64 Trilhando caminhos interdisciplinares: Conhecimento profissional dos professores sobre a articulação disciplinar
Forging interdisciplinary paths: Teachers' professional knowledge on disciplinary articulation
Tânia Coelho, Helena Rocha

76 Caracterização do conhecimento mobilizado por professores de matemática: Um estudo de caso com diferentes tecnologias
Characterizing the knowledge mobilized by mathematics teachers: A case study with different technologies
Maria do Carmo Botelho, Helena Rocha

88 Um caminho para a aprendizagem da grandeza massa
A path to learning the mass magnitude
Marta Teixeira, Lurdes Serrazina, João Pedro da Ponte

102 Conduzir discussões coletivas e promover a comunicação num Estudo de Aula em Matemática
Leading whole-class discussions and promoting communication in a Mathematics Lesson Study
Filipa Faria, João Pedro da Ponte, Margarida Rodrigues, Marisa Quaresma

115 A construção do conhecimento docente no desenvolvimento do pensamento computacional no ensino
The construction of teachers' knowledge in developing computational thinking for teaching
Ana Lúcia Miguens, João Pedro da Ponte, Marisa Quaresma

125 O origami como ferramenta para a revisão de conceitos de geometria no plano

The origami as a tool for reviewing concepts of plane geometry

Diana Leonardo, Paula Teixeira

141 Valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática de futuros professores à entrada da sua formação inicial

Values about the teaching and learning of mathematics of pre-service teachers, at the entrance of their teacher education program

Rosa Tomás Ferreira, Ana Isabel Silvestre, Hélia Jacinto, Lurdes Serrazina, Cristina Martins, Elvira Santos, Joana Castro, Manuel Vara Pires, Nélia Amado, Susana Carreira

159 O impacto da aprendizagem cooperativa nas disposições de pensamento crítico em alunos do 11.º ano de Matemática A

The impact of cooperative learning on critical thinking dispositions in 11th Grade Mathmatica A students

Maria da Graça Magalhães, Helena Santos Silva, José Pinto Lopes

Cartazes
Posters

177 O papel e os desafios do facilitador na condução de um estudo de aula

The role and challenges of the facilitator in conducting a lesson study

Arminda Pereira, Marisa Quaresma, João Pedro da Ponte

180 Conhecimento especializado de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais por meio de Tarefas para a Formação no âmbito das operações

Prospective kindergarten and primary teachers specialized knowledge through tasks for teacher education in the scope of operations

Sandra Menezes, Miguel Ribeiro

183 Ensinar Matemática com tecnologia: uma versão preliminar do modelo Global do Conhecimento

Helena Rocha

187 A planificação de uma aula exploratória num estudo de aula com professores do ensino superior

Planning an exploratory lesson in a lesson study with higher education teachers

Larissa Hagedorn Vieira, João Pedro da Ponte, Marisa Quaresma

190 O incentivo pedagógico dos alunos na aprendizagem da matemática utilizando a plataforma digital como aplicação tecnológica na prática docente dos professores em contexto escolar

The pedagogical encouragement of students in learning mathematics using the digital platform as a technological application in the teaching practice of teachers in a school context.

Ana Henriques

199 Desenvolvimento do pensamento combinatório e Educação Financeira: possibilidades de um pequeno-almoço saudável e económico

Development of combinatorial thinking and Financial Education: possibilities for a healthy and economical breakfast

Luanne Lima Ferreira, Rodolfo Chaves, Ana Elisa Santiago

204 Ecossistemas digitais na aprendizagem da Matemática: O impacto da plataforma MILAGE APRENDER+

Digital ecosystems in maths learning: The impact of the MILAGE APRENDER+ platform

Lara Almeida, Maria Helena Martinho, Mauro Figueiredo

Introdução

Raquel Vieira
Rita Cadima
Nicole Duarte
Nuno Raínho
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Dina Tavares
Joaquim Pinto
Nádia Ferreira
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Hélia Pinto

O XXXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM), promovido pelo Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) da Associação de Professores de Matemática (APM), decorreu nos dias 17 e 18 de julho de 2024, na Escola Secundária Rafael Bordalo Pinheiro e no Centro Cultural e Congressos de Caldas da Rainha. Assim, 34 anos depois regressou às Caldas da Rainha.

Este seminário intersetou o Encontro Nacional de Professores de Matemática, ProfMat 2024 com o objetivo de proporcionar a partilha de experiências e conhecimentos entre a comunidade de Investigadores em Educação Matemática e a comunidade dos Professores que ensinam Matemática.

O SIEM iniciou-se com uma Conferência com Discussão proferida por Susana Carreira, da Universidade de Algarve, e intitulada *Pensamento estatístico: a importância crucial do contexto*. Nesta conferência partilhada com o ProfMat foi discutida a importância do contexto de um problema ou de uma investigação estatística para o desenvolvimento do pensamento estatístico no ensino secundário. Seguiu-se um Painel Plenário, também partilhado com o ProfMat, intitulado *Desafios de sempre na aprendizagem e no ensino da Matemática: Contributos de Leonor Santos* e moderado por Ana Paula Canavarro da Universidade de Évora. Neste painel sistematizaram-se e destacaram-se ideias-chave do trabalho realizado por Leonor Santos em prol da qualidade da aprendizagem e do ensino da Matemática, através de testemunhos de Paula Teixeira, Sónia Dias, Nélia Amado, Paulo Correia e Lina Brunheira.

O programa do encontro contou ainda com duas conferências plenárias, a primeira proferida por Nicole Duarte da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria, intitulada "*A discussão coletiva na aula exploratória de Matemática*", que nos apresentou dados sobre a forma como professores e futuros pro-

Raquel Vieira
Rita Cadima
Nicole Duarte
Nuno Raínho
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Dina Tavares
Joaquim Pinto
Nádia Ferreira
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Hélia Pinto

fessores prepararam, conduziram e refletiram sobre a discussão coletiva, no contexto de estudo de aula. A segunda Conferência Plenária foi proferida por Sergiy Klymchuk da Universidade de Tecnologia de Auckland, Nova Zelândia, que apresentou resultados de como o recurso a perguntas provocativas no ensino e avaliação em Matemática pode melhorar as habilidades de pensamento crítico dos alunos.

Ocorreram também, à semelhança do que aconteceu em encontros anteriores, simpósios de apresentação e discussão de comunicações e posters propostos pelos participantes. Refira-se que todas as propostas foram submetidas a um processo de revisão científica por pares, do qual resultou um total de treze comunicações e sete posters que foram apresentados nos simpósios.

O programa do SIEM incluiu ainda, o espaço GTI, com um painel moderado por Cláudia Torres, coordenadora do Projeto Estudo em Casa Apoia e docente da AE D. Dinis de Lisboa, sobre o tema *Investigação e Aprendizagens Essenciais do Ensino Secundário.* O painel contou com a presença de António Domingos da Faculdade de Ciências da Universidade Nova de Lisboa e Susana Carreira da Universidade do Algarve.

Nestas atas apresentam-se os textos relativos às comunicações, seguindo-se os relativos aos posters apresentados no seminário. Esperamos que este livro de atas possa contribuir para divulgar os progressos e as novas temáticas na investigação em Educação Matemática, quer enriquecendo os estudos em curso, quer abrindo novas linhas de atuação.

Introduction

Raquel Vieira
Rita Cadima
Nicole Duarte
Nuno Raínho
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Dina Tavares
Joaquim Pinto
Nádia Ferreira
João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina
Hélia Pinto

The XXXIV Seminar on Research in Mathematics Education (SIEM), promoted by the Research Working Group (GTI) of the Mathematics Teachers Association (APM), took place on July 17 and 18, 2024, at Rafael Bordalo Pinheiro Secondary School and the Cultural and Congress Center of Caldas da Rainha. Thus, 34 years later, it returned to Caldas da Rainha.

This seminar was intersected with the National Meeting of Mathematics Teachers, ProfMat 2024, with the aim of facilitating the sharing of experiences and knowledge between the community of Mathematics Education Researchers and the community of Teachers who teach Mathematics.

The SIEM began with a Conference with Discussion given by Susana Carreira from the University of Algarve, titled Statistical Thinking: The Crucial Importance of Context. In this conference, shared with ProfMat, the importance of the context of a problem or statistical investigation for the development of statistical thinking in secondary education was discussed. A Plenary Panel followed, also shared with ProfMat, titled Timeless Challenges in Learning and Teaching Mathematics: Contributions from Leonor Santos and moderated by Ana Paula Canavarro from the Universidade de Évora. In this panel, key ideas from the work carried out by Leonor Santos in favor of the quality of Mathematics learning and teaching were systematized and highlighted, through testimonies from Paula Teixeira, Sónia Dias, Nélia Amado, Paulo Correia, and Lina Brunheira.

The program of the meeting also included two plenary sessions, the first delivered by Nicole Duarte from the School of Education and Social Sciences of the Polytechnic Institute of Leiria, titled "Collective Discussion in Exploratory Mathematics Class," which presented data on how teachers and future teachers prepared, conducted, and reflected on collective discussion in the context of lesson study. The second Plenary Conference was delivered by Sergiy Klymchuk from Auckland University of Technology, New Zealand, who presented results on how the use of provocative questions in Mathematics teaching and assessment can improve students' critical thinking skills.

There were also, as in previous meetings, symposia for the presentation and discussion of communications and posters proposed by the participants. It should be noted that all proposals were subjected to a peer review process, resulting in a total of thirteen communications and seven posters that were presented at the symposiums.

The SIEM program also included the GTI space, with a panel moderated by Cláudia Torres, coordinator of the Estudo em Casa Apoia Project and teacher at AE D. Dinis de Lisboa, on the topic of Research and Essential Learning in Secondary Education. The panel included the presence of António Domingos from the Faculty of Sciences of the Universidade Nova de Lisboa and Susana Carreira from the Universidade do Algarve.

In these proceedings, the texts related to the presentations are presented, followed by those related to the posters presented at the seminar. We hope that this book of proceedings can contribute to disseminating the progress and new themes in Mathematics Education research, either by enriching ongoing studies or by opening new lines of action.

XXXIV SIEM
SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
17 | 18 Julho 2024
Caldas da Rainha

Simpósios de Comunicações
Communication Symposiums

Conceções sobre a geometria e o seu ensino em pesquisas brasileiras: um olhar para teses e dissertações

Beliefs about geometry and its teaching in Brazilian research: a look at theses and dissertations

Thales Pessoa de Sousa Silva[1], *Kátia Maria de Medeiros*[2], *Nélia Maria Pontes Amado*[3]

[1]Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica na Universidade Federal de Pernambuco, *thales.pessoa@ufpe.br*

[2]Universidade Estadual da Paraíba, *katiamedeirosuepb@gmail.com*

[3]Universidade do Algarve, *namado@ualg.pt*

Resumo. *Este artigo é um recorte de uma tese de doutorado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, da Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. O estudo tem como objetivo identificar as conceções sobre a Geometria e o seu ensino em pesquisas de mestrado e doutorado, entre 2013 e 2022, no Brasil. Dessa forma, foi realizado um estudo qualitativo, com base nas etapas de uma Revisão Sistemática de Literatura, empregando palavras-chave pré-definidas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. A análise dos estudos evidenciou diferentes conceções sobre a Geometria e o seu ensino, dentre elas: concepção utilitária dos conteúdos geométricos, utilização de materiais didáticos e tecnologias, Geometria como um conhecimento relacionado à situações cotidianas e a valorização das experiências e conhecimentos prévios dos estudantes.*

Abstract. *This paper is a part of a doctoral research in progress in the Postgraduate Program in Mathematics and Technology Education of the Federal University of Pernambuco, Brazil. This study aims to identify the beliefs about geometry and its teaching in master's and doctoral research in Brazil. Therefore, a qualitative study was conducted based on the stages of a Systematic Literature Review (SLR) using both Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations and Catalog of Theses and Dissertations of Capes, during the period 2013-2022. According to the analysis of the studies showed different beliefs and perspectives about geometry and its teaching, being them: utilitarian beliefs of the geometric content, the use of technology and didactic materials, geometry as knowledge related to daily situations and the valuing of student's previous experience and knowledge.*

Palavras-chave: Revisão Sistemática; Conceções; Geometria

Keywords: Systematic Review; Beliefs; Geometry

Introdução

O ensino da Geometria no Brasil tem sido amplamente negligenciado ao longo dos tempos, como apontam Caldatto e Pavanello (2015). O abandono deste tema nas décadas de 1960

a 1990, foi igualmente visível nos cursos de licenciatura e de magistério que não contemplavam os conteúdos geométricos nos seus planos de estudo (Meneses, 2007), como consequência desse cenário, a formação de professores durante décadas descurou o ensino da geometria.

Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, começaram a ser desenvolvidos esforços no sentido de valorizar a Geometria nos currículos e de mudar esse cenário. Porém, apesar desta intenção de mudar, existe ainda por parte dos professores uma certa resistência a este tema, pelo que muitas das recomendações atuais estão longe de se efetivarem em sala de aula (Meneses, 2007).

Este pensamento sugere que a atividade docente é influenciada, entre outros fatores, por elementos para além da cognição. Nesse sentido, Gómez-Chacón (2010) destaca a importância de considerar aspetos afetivos nas pesquisas em Educação Matemática, visto que, as conceções, emoções, valores e atitudes manifestadas pelo professor também podem influenciar a atuação desse profissional.

Deste modo, neste trabalho consideramos oportuno conhecer e compreender o que os professores pensam e como os seus pensamentos se relacionam com as suas práticas (Guimarães, 2010), uma vez que conhecer como os docentes pensam pode fornecer insights para a melhoria do ensino de Matemática, em geral, mas também em determinadas áreas específicas como é o caso do ensino da Geometria.

Assim, o presente artigo tem como objetivo identificar as conceções sobre a Geometria, e o seu ensino e aprendizagem, nas pesquisas desenvolvidas em teses e dissertações no Brasil, durante o período compreendido entre 2013 e 2022.

Nas seções seguintes, apresentamos alguns conceitos teóricos que suportam esta comunicação. Posteriormente, delineamos o percurso metodológico, apresentamos e discutimos os dados deste estudo e as principais conclusões.

Considerações sobre o ensino da geometria

A Geometria é considerada uma parte importante do currículo de Matemática, sendo o seu ensino recomendado desde os primeiros anos de escolaridade (NCTM, 2000). No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) destaca a Geometria como um campo fértil que possibilita ao estudante explorar características e relações geométricas, desenvolver a habilidade de visualização, a formulação de hipóteses, a argumentação e demonstração, de modo a descrever, representar e resolver problemas cotidianos. Além disso, possibilita uma abordagem complementar a outros saberes matemáticos, como a Álgebra e a Aritmética, oferecendo ferramentas para resolver problemas em outras áreas do conhecimento.

Apesar da sua vasta aplicabilidade e da natureza interdisciplinar, o ensino da Geometria enfrenta algumas dificuldades, que segundo Lorenzato (2012) pode ser resultado da ênfase dada aos aspetos dedutivos e à negligência das habilidades espaciais e de visualização de-

senvolvidas durante as atividades de manipulação e resolução de problemas, que são essenciais para a compressão dos conteúdos geométricos ao longo da trajetória escolar.

O domínio afetivo em Matemática e na Educação Matemática

Embora nos últimos anos se tenha registado um interesse crescente pelos aspetos afetivos, o seu estudo é uma tarefa muito complexa. No tocante a sua conceituação, o trabalho desenvolvido por McLeod (1989, 1992) tem sido considerado como pioneiro e uma referência incontornável para as pesquisas que possuem como foco esse objeto de estudo, pelo fato desse pesquisador ter estruturado os afetos relacionados à Matemática de maneira coerente com os estudos sobre aspetos cognitivos. No âmbito da Educação Matemática, o autor considera que o domínio afetivo se refere a uma vasta gama de conceções, atitudes e emoções, que diferem dos aspetos cognitivos (McLeod, 1989; 1992). Apesar dessa diferença, não é possível separar numa resposta os aspetos afetivos dos cognitivos, sendo que numas situações os aspetos cognitivos podem se sobrepor aos afetivos e vice-versa.

Partindo dos trabalhos de McLeod (1989; 1992), Goldin (2002) e DeBellis e Goldin (2006) acrescentaram um novo descritor, os *valores*. Posteriormente, Leder e Grootenboer (2005) defenderam uma visão holística dos aspetos afetivos, reconhecendo que os diferentes descritores estão de tal forma interligados, que para os compreender não podemos apenas considerar as suas individualidades, mas também as relações existentes entre os seus componentes.

Na figura 1, pode ser observado uma representação da relação estabelecida entre os descritores do domínio afetivo, enfatizando as aproximações e distanciamentos estabelecidos entre eles.

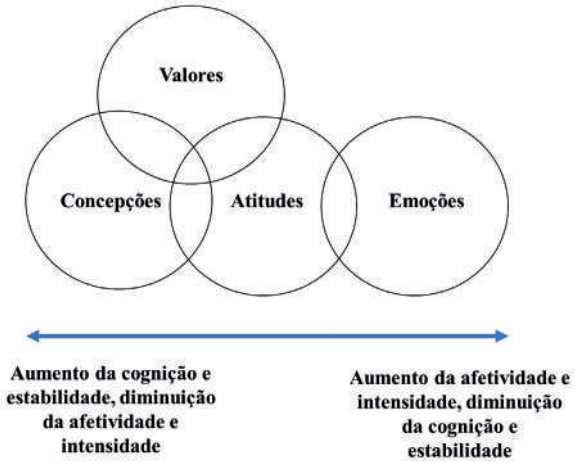


Figura 1. Representação do domínio afetivo

O estudo das conceções na educação matemática

No âmbito da Educação Matemática, as investigações sobre as conceções encontram-se em constante desenvolvimento. O interesse por esse objeto de estudo fundamenta-se na

existência de uma base conceitual que determina o pensamento e as ações dos indivíduos (professores, estudantes, ...), afetando diretamente o seu comportamento em sala de aula (Ponte, 1992; Thompson, 1997). Além disso, conforme refere Thompson (1997), o não reconhecimento do papel que as conceções exercem no comportamento dos professores pode resultar em esforços mal direcionados para melhoria da qualidade do ensino de Matemática.

Essas ideias sugerem que para melhorar o ensino da Matemática, faz-se necessário compreender o trabalho do professor a partir de uma perspetiva mais ampla, abrangendo não apenas as atividades que contribuem para o ensino, como o planejamento e interação com os alunos, mas também o que eles acreditam, pensam e conhecem sobre isso.

Thompson (1992) enfatiza que cada profissional possui uma maneira de ver e compreender a Matemática e o ensino e aprendizagem desta disciplina que está fortemente relacionada com as suas conceções. Deste modo, as conceções são compreendidas como "uma estrutura mental mais genérica que abrange as crenças, os significados, os conceitos, as proposições, as regras, as imagens mentais, as preferências e o gosto" (Thompson, 1992, pp. 130), que funcionam como filtros que auxiliam na maneira como as informações são interpretadas.

No contexto escolar, Ernest (2000) destaca que as conceções sobre a Matemática e o ensino e aprendizagem exercem um papel importante na formação da imagem que os estudantes e futuros professores têm sobre a disciplina, influenciando na forma como eles encaram a matemática e o papel do conhecimento matemático na vida real.

Baseada no estudo de Ernest (1989), Beswick (2011) apresenta três conceções sobre a Matemática que tem sido comumente utilizadas: a visão *instrumentalista*, na qual a disciplina é definida como uma acumulação de fatos, regras e habilidades utilizadas para uma finalidade; a *platonista*, que entende a Matemática como um corpo de conhecimentos estáticos e imutáveis, em que a criação e descobertas não são consideradas; e, por fim, a *resolução de problemas*, que considera o conhecimento matemático como um campo dinâmico e invenção humana, que está em constante evolução.

Assim como as conceções sobre a matemática, em particular, as conceções sobre a Geometria desempenham um papel importante na abordagem dos professores em relação a este tema. Santos e Oliveira (2017), ao considerarem a trajetória curricular para o ensino e aprendizagem da Geometria, ressaltam diferentes perspetivas que influenciaram a abordagem dos conteúdos geométricos ao longo do tempo: o desenvolvimento do ra*ciocínio dedutivo,* no qual a Geometria estava associada à prova e demonstração, a abordagem vinculada ao *cálculo vetorial*, que é igualmente marcada pela abstração, porém, muito mais distanciada da realidade; a *intuição geométrica*, que entende a Geometria como um campo para o desenvolvimento da perceção espacial , considerando-a como parte importante da Matemática escolar; e a *resolução de problemas*, que concebe os conteúdos geométricos por meio de tarefas de exploração e investigação que desenvolvam o pensamento geométrico.

Na sua tese doutoramento, Strassfeld (2008) investigou as conceções sobre o ensino da Geometria de professores do ensino secundário, identificando três perspetivas distintas: a geometria compreendida como um *campo de atividades*, correspondendo a uma visão centrada na resolução de problemas e tarefas de exploração; a *apreciação da geometria e suas aplicações,* destacando-a como um campo de aplicações no mundo real; e como *campo de abstração*, composto por teoremas e postulados.

Essas diferentes conceções sobre a Geometria e o seu ensino e aprendizagem trazem implicações não apenas para a prática docente, mas também nos currículos de Matemática. No Brasil, os documentos curriculares refletem algumas dessas várias perspetivas, principalmente, o papel da resolução de problemas, da realização de tarefas de exploração e investigação e o uso de tecnologias como possibilidades para o ensino desse tema.

Percurso metodológico

Para atingirmos o objetivo proposto nesta comunicação adotamos a abordagem da pesquisa qualitativa por meio do método da Revisão Sistemática de Literatura (RSL). A escolha desse método de pesquisa se justifica pela capacidade de favorecer a identificação, descrição e análise de obras específicas relacionadas ao objeto investigado, possibilitando um detalhamento mais aprofundado das publicações coletadas (Tractenberg, 2011) e pela possibilidade de analisar estudos de diferentes naturezas, sejam eles qualitativos, quantitativos ou quali-quantitativos (Lopes, 2008).

Para o desenvolvimento do estudo, a busca dos trabalhos concerniu às dissertações e teses defendidas entre os anos 2013 a 2022, que versam sobre as conceções relacionadas à Geometria e ao seu ensino. Essas obras foram selecionadas a partir do *Catálogo de Teses e Dissertações da Capes* (CTDC) e da *Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações* (BDTD), por ambas contemplarem teses e dissertações de diversas instituições brasileiras, proporcionando um panorama amplo das produções do país. O foco no período de busca incidiu sobre pesquisas desenvolvidas nos dez anos anteriores ao início da tese a qual este estudo está vinculado.

O método adotado para a realização da RSL seguiu as etapas sugeridas por Ramos e seus colaboradores (2014), sendo organizado em dois momentos: (i) seleção dos trabalhos, subdividida em seis etapas, e (ii) análise dos dados, subdivididas em duas etapas, como pode ser observado na Figura 2.

Na primeira etapa, *Levantamento dos trabalhos na BDTD e no CDTC*, foram consideradas as teses e dissertações defendidas no período definido, obtidas por meio dos recursos de busca específicos (títulos e resumos) de ambas bases de dados ao utilizar a combinação dos seguintes termos: “Conceções” AND “Geometria”, “Conceções” AND “Ensino” AND “Geometria, “Conceções” AND “Ensino de Geometria”, “Crenças” AND “Geometria”, “Crenças” AND “Ensino” AND “Geometria, “Crenças” AND “Ensino de Geometria”, o

que resultou em um total de 205 obras, das quais 133 foram encontradas na BDTD e 72 no CDTC.

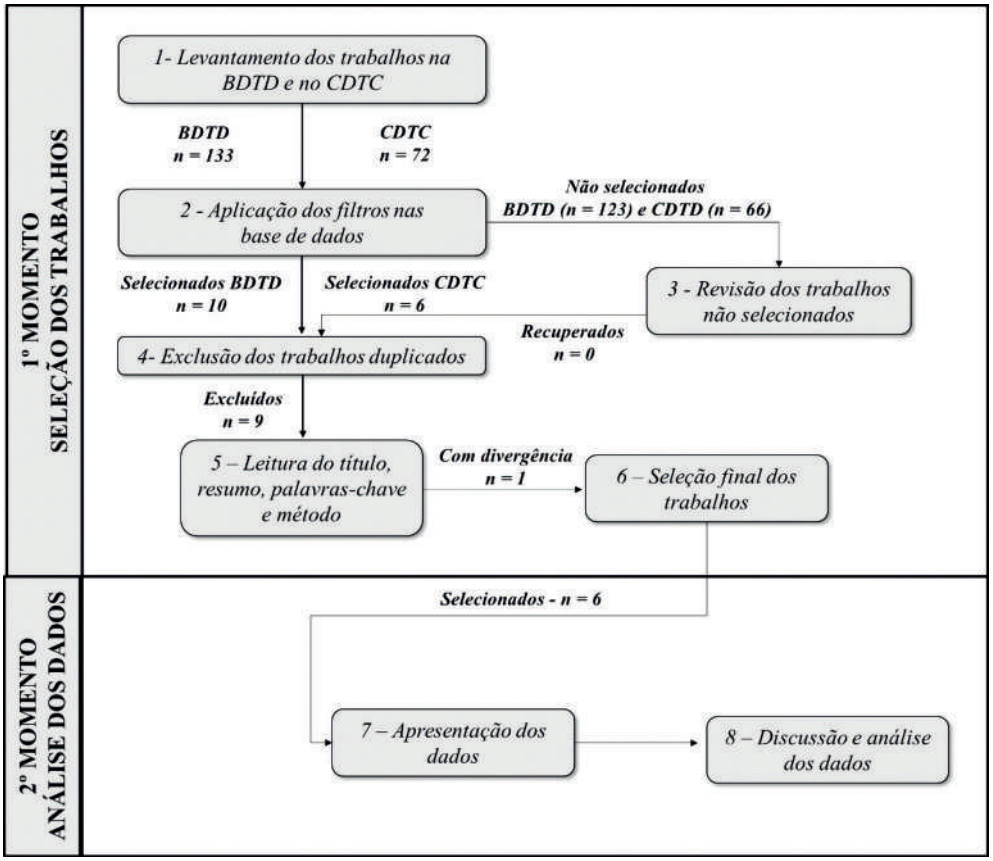


Figura 2. Etapas da realização da RSL

Para a etapa *Aplicação dos filtros nas bases de dados*, foi considerado o emprego do período temporal pré-definido, que refinou os achados para 16 trabalhos, sendo 10 na BDTD e 6 no CDTC. Na terceira etapa, *Revisão dos trabalhos não selecionados*, foi realizada a leitura dos títulos e resumos das 189 obras não considerados pelo recurso de busca, no entanto, nenhum trabalho se adequava aos critérios estabelecidos e aos objetivos da pesquisa

Na etapa de *exclusão dos trabalhos duplicados*, as obras selecionadas na etapa anterior foram exportadas para a biblioteca do *software* Mendeley, com a finalidade de excluir os artigos duplicados de forma rápida, uma vez que o programa possui a ferramenta automática *Check for duplicate* que possibilita esta tarefa. Após esse procedimento, o total ficou reduzido a sete publicações. Tomando como base esses achados, deu-se início à *leitura do título, resumo, palavras-chave e métodos*, para verificar a convergência das obras encontradas com o objetivo do estudo. Assim, foi constatado a divergência de um trabalho, o qual foi excluído do quantitativo total, restando seis publicações.

Com as seis obras selecionadas, realizamos a leitura do texto na íntegra, com a finalidade de compreender como foi desenvolvido cada um dos referidos estudos. A análise das obras baseou-se na Análise de Conteúdo (Bardin, 2016), por meio de quatro categorias analíticas:

a Geometria como campo de abstração, concepção utilitarista da Geometria, o ensino da Geometria por meio de tecnologias, e a Geometria para a resolução de problemas.

Apresentação e análise dos resultados

Para uma visão mais geral das pesquisas com foco nas conceções sobre a geometria e o seu ensino desenvolvido pelos Programas de Pós-Graduação no Brasil, apresentamos na figura 3 as seguintes informações: título da pesquisa, autor (a), instituição de origem da pesquisa.

Título	Autor (a)	Tipo/Nível
As conceções de geometrias de um grupo de professores de matemática da educação básica	Lovis (2013)	Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática)
Conceções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre o ensino de geometria: uma análise pós-construtivista	Homen (2013)	Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)
Conceções de professores sobre ensino e aprendizagem da geometria plana na educação de jovens e adultos dos CEJAs de Cuiabá/MT	Castro (2014)	Dissertação (Mestrado em Educação)
As conceções de professores ao ensinar quadriláteros nos anos iniciais do ensino fundamental e as possibilidades de contribuições das TIC	Almeida (2015)	Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física)
Prova e demonstração em Geometria Plana: conceções de estudantes da licenciatura em ensino de Matemática em Moçambique	Ordem (2015)	Tese (Doutorado em Educação Matemática)
Narrativas sobre o ensino de Matemática, em especial de Geometria, no ensino médio da Educação de Jovens e Adultos EJA	Auarek (2022)	Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência)

Figura 3. Teses e dissertações selecionadas

As publicações encontradas a partir das palavras de buscas foram dissertações e teses que possuem como área de estudo a Educação e a Educação Matemática. Apesar da tese de Ordem (2015) ter como participantes futuros professores de Matemática de Moçambique, esta manteve-se incluída na revisão sistemática, visto que foi uma pesquisa com o desenvolvimento vinculado a um programa de pós-graduação brasileiro. Em seguida, os principais elementos das publicações analisadas, evidenciando os objetivos, os métodos utilizados, os resultados e conclusões obtidas.

A pesquisa desenvolvida por Lovis (2013) teve como objetivo investigar as conceções de vinte e sete professores de Matemática sobre a Geometria Euclidiana e não Euclidiana. A pesquisadora focou nas conceções dos professores sobre a Geometria Euclidiana e não Euclidiana, analisando a importância dada pelos professores a quatro momentos: antes da graduação, na graduação, na pós-graduação e durante a prática docente. Sobre as conceções relacionadas com a Geometria Euclidiana, emergiram os seguintes resultados: a Geometria Euclidiana como entes da Geometria Plana e/ou Espacial, relacionando-a com o estudo das propriedades e relações das figuras de duas ou três dimensões; e como postulados, axiomas, noções primitivas e entes geométricos da Geometria Euclidiana. Em relação às conceções referentes à Geometria não Euclidiana, os professores destacaram a sua aplicabilidade em

situações cotidianas, remetendo a uma conceção utilitária da Geometria, e a conceberam também como uma ferramenta da própria Matemática, caracterizando-a como uma conceção instrumental da geometria.

Homen (2013) analisou as conceções dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre o ensino e aprendizagem da Geometria e como estas influenciam as suas práticas. Para tanto, foi adotada uma metodologia qualitativa e os dados foram recolhidos através de entrevistas, questionários, diários de campo e material produzido por seis professores. Após a análise dos dados, a autora identificou três tipos de conceções: i) a Geometria como um conhecimento prático, defendendo que seu ensino deve ser precedido por situações que envolvam esses conceitos; ii) a Geometria como um campo em constante evolução, no qual os estudantes elaboram hipóteses e, por meio delas, desenvolvem sua aprendizagem; e iii) uma perspetiva social da aprendizagem dos conteúdos geométricos, destacando a importância da interação, discussões e colaboração para o processo de aprendizagem.

Com relação à dissertação de Castro (2014), esta foi desenvolvida com quatro professores de Matemática do 2.º segmento da Educação de Jovens e Adultos (EJA), com o objetivo de compreender as conceções destes indivíduos sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Plana. Foi realizado um estudo qualitativo, por meio de questionários, entrevistas, e análise dos planejamentos trimestrais dos participantes e do Projeto Político Pedagógico (PPP) das instituições em que lecionavam. Quanto aos dados produzidos pelos questionários e entrevistas, estes revelaram o ensino de Geometria sob duas perspetivas: a Educação Bancária, referindo-se a uma conceção de ensino mecânico, conteudista e sem significados da Geometria; e a Educação Emancipatória, que considera um ensino baseado no diálogo, priorizando os conhecimentos prévios dos estudantes e seus significados. Quanto aos dados obtidos pelo PPP e pelos planos trimestrais, estes convergiram para os resultados já indicados, sugerindo que as conceções dos professores transitam, em maior ou menor grau, entre os dois tipos, com incidência maior à Educação Emancipatória.

A dissertação de Almeida (2015) buscou compreender as conceções dos professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre o ensino da Geometria, em um contexto de introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como ferramenta auxiliar. O desenvolvimento da pesquisa, foi organizado em duas etapas: a primeira, pautada na realização de entrevistas e questionários; e a segunda, conduzida pela realização de oficinas. Após a análise dos dados, foi identificado que os participantes reconhecem a importância do ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e apresentam a ideia de que a Geometria é um conhecimento construído, que traz significados em diferentes situações cotidianas. Para o ensino deste tema, os professores defendem que é necessário utilizar diferentes materiais sejam eles físicos ou em ambientes informatizados.

Ordem (2015), por sua vez, analisou as conceções sobre prova e demonstração em Geometria plana, de futuros professores de Matemática de uma universidade de Moçambique. O

autor realizou um estudo qualitativo, empregando questionários com tarefas que exigiam a produção de provas e demonstrações, juntamente com entrevistas sobre as produções. Após a análise dos dados produzidos, identificou-se que: i) os participantes não mostraram estratégias e nem justificativas matemáticas consistentes para a produção de demonstrações; ii) encaram provas e demonstrações como um tópico de aprendizagem em Matemática e não como um modo de validação e comunicação em Matemática; iii) não utilizam critérios consistentes para avaliar provas e demonstrações; e iv) possuem uma conceção de que a prova e demonstração são métodos que não possuem a finalidade de validar ou refutar conjeturas. Assim, identificou-se as provas em Geometria Plana como sendo métodos empíricos que validam as propriedades geométricas.

O último trabalho selecionado, com autoria de Auarek (2022), analisou as conceções sobre o ensino de Geometria no Ensino Médio da EJA. Para tanto, o autor realizou entrevistas narrativas com cinco professores. Entre os fatores comuns nos relatos surgiram: a dificuldade de lecionar este tema, devido as diferenças etárias dos estudantes; a falta de conhecimento dos estudantes sobre Geometria; o pouco contato dos professores com a Geometria durante a sua formação; a dificuldade de conciliar o currículo com a modalidade da EJA; e as condições que as gestões escolares impõem quanto à distribuição de aulas e apoio ao trabalho do professor. Nos relatos, os participantes destacaram a Geometria como um conhecimento prático e aplicado a situações cotidiana e consideraram que o ensino da Geometria deve envolver a utilização de materiais didáticos e deve basear-se em regras e fórmulas.

A seguir, na tabela 1, destacamos as obras que, em seus resultados, abordam as conceções da Geometria e o seu ensino, conforme as categorias definidas para análise.

Tabela 1. Categorização das obras encontradas

Categorias	Obras
A Geometria como campo de abstração	Ordem (2015)
Conceção utilitarista da Geometria	Lovis (2013); Castro (2014); Auarek (2022)
A Geometria para a resolução de problemas	Homen (2013); Castro (2014)
O ensino da Geometria por meio de tecnologias	Almeida (2015)

Nos trabalhos citados, observamos uma correspondência entre as conceções delineadas por Lovis (2013) e Auarek (2022) com as apresentadas por Castro (2014). A conceção utilitária dos dois primeiros associa-se às ideias da perspetiva da Educação Bancária do último, por esta ser uma conceção que aborda a Geometria não apenas como um campo abstrato, mas também como um instrumento prático (Strassfeld, 2008), enfatizando a importância da utilidade e aplicabilidade prática do conhecimento geométrico.

Ademais, há aproximações dos resultados do estudo de Homen (2013), em que a conceção de que a Geometria é concebida como um conhecimento com significados em situações e resolução de problemas cotidianos, e a perspetiva da Educação Emancipatória destacada em Castro (2014), pois nessas conceções há a valorização da experiência durante o proces-

so de aprendizagem e o incentivo à participação ativa dos estudantes. Nessa conceção, a Geometria é compreendida além dos teoremas abstratos, sendo vista como um tema matemático essencial para resolver uma ampla gama de problemas em diversas áreas (Santos & Oliveira, 2017; Strassfeld, 2008).

Além disso, as pesquisas que revelam que, apesar de os participantes atuarem em diferentes níveis de escolaridade, apenas um trabalho destaca a Geometria como um campo de abstração, enquanto outro valoriza o ensino deste tema matemático por meio da utilização das tecnologias. Estes trabalhos são os desenvolvidos por Ordem (2015) e Almeida (2015), respectivamente.

Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo identificar as conceções sobre a Geometria, o seu ensino e aprendizagem nas pesquisas desenvolvidas a nível de mestrado e doutorado no Brasil, durante o período compreendido entre 2013 e 2022. Durante a análise das publicações foram destacados os objetivos, os métodos utilizados para o desenvolvimento dos estudos, bem como os resultados obtidos.

As informações resultantes da busca, seleção e análise das obras, nos permitem inferir que os trabalhos foram desenvolvidos em diferentes contextos e com participantes diversos, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental passando pela formação de professores de Matemática. Essa variedade favoreceu uma compreensão um pouco abrangente do tema ao evidenciar diferentes conceções sobre a Geometria e o seu ensino, com a predominância da conceção utilitarista da Geometria e da relacionada com a resolução de problemas, permitindo-nos compreender como está sendo pensada e desenvolvida a Geometria no ambiente escolar.

Um aspeto que merece destaque, é o reduzido número de pesquisas desenvolvidas no período pré-definido, o que nos permite inferir que o tema da Geometria e, em particular, das conceções dos professores sobre este tema matemático e o seu ensino, não tem merecido grande atenção na pesquisa em Programas de Pós-graduação no Brasil. Podemos apontar como uma possível explicação para este reduzido interesse, o facto da maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática e de os programas de formação de professores, dedicarem pouca atenção ao ensino e aprendizagem da Geometria . Assim, salientamos que é necessário refletir sobre como professores quer em início de formação quer em exercício sobre as recomendações para o ensino e a aprendizagem da Geometria.

Agradecimentos
O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências bibliográficas

Bardin, L. (2016). *Análise de Conteúdo*. São Paulo: Edições 70.

Beswick, K. (2011). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 127–147. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9333-2

Brasil, Ministério da Educação, (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. Brasília, MEC/SEF.

Brasil, Ministério da Educação, (2018). *Base Nacional Comum Curricular. Brasília*, MEC/SEF.

Caldatto, M., & Pavanello, R. (2015). Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. *Quadrante*, 24(1), 103–128. https://doi.org/10.48489/quadrante.22913

DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 131–147. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4

Ernest, P. (2000). Los valores y la imagen de las Matemáticas: una perspetiva filosófica. *UNO*, 2, 9-27.

Goldin, G. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs*: A Hidden Variable in Mathematics Education? (pp. 59–72). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Gómez-Chacón, I. M. G. (2010). *Matemática emocional*: Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea.

Guimarães, H. M. (2010). Conceções, crenças e conhecimento: afinidades e distinções essenciais. *Quadrante*, 19(2), 81-101.

Leder, G., Grootenboer, P. (2005). Affect and mathematics education. *Mathematics Education Research Journal*, 17(2), 1–8. https://doi.org/10.1007/BF03217413

Lopes, A. L. M. (2008). Processos de educação em saúde na cessação ao tabagismo: revisão sistemática e metassíntese [Dissertação de mestrado em Saúde Coletiva, Universidade de São Paulo].

Lorenzato, S. (2012). Desafios do contemporâneo que não é novo. *Revista Educação Matemática em Foco, 1*(2), 9-32.

McLeod, D. B. (1989). Beliefs, attitudes, and emotions: new views of affect in mathematics education. In D. B. McLeod, J. L. Adams, & M. A. Blume (Eds.), *Affect and mathematical problem solving* (pp. 255-258). New York: Springer.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.

Meneses, R. S. (2007). Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino [Dissertação de mestrado em História da Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.

Ponte, J. P. (1992). Conceções dos professores de matemática e processos de formação. In J. P. Ponte (Ed.), *Educação Matemática: temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ramos, A., Faria, P. M., & Faria, Á. (2014). Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. *Revista Diálogo Educacional, 14*(41), 17-36.

Santos, L., & Oliveira, H. (2017). O ensino e a aprendizagem da geometria: perspetivas curriculares. In *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2017* (EIEM 2017) (pp. 3-8).

Strassfeld, B. C. (2008). An investigation about high school mathematics teacher's beliefs about teaching geometry [Doctoral thesis in philosophy, University of Plymouth].

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*: A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 127–146). Macmillan Publishing Co, Inc.

Thompson, A. G. (1997). A relação entre conceções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. *Zetetiké*, 5(8), 11-43.

Tractenberg, L. E. F. (2011). *Colaboração docente e ensino colaborativo na educação superior em ciências, matemática e saúde: contexto, fundamentos e revisão sistemática* [Tese de doutorado em Ciências e Saúde, Universidade Federal do Rio de Janeiro].

Um panorama dos programas de acompanhamento de professores iniciantes que ensinam matemática no Brasil

An overview of monitoring programs for beginning teachers who teach mathematics in Brazil

Bertrand Luiz Corrêa Lima[1], *Reginaldo Fernando Carneiro*[2]

[1]Universidade Federal de Juiz de Fora, *bertrandppgem@gmail.com*
[2]Universidade Federal de Juiz de Fora, *reginaldo.carneiro@ufjf.br*

Resumo. *Este artigo, parte de uma dissertação de mestrado, investiga um panorama dos programas brasileiros direcionados ao acompanhamento de professores que ensinam matemática em início de carreira. Para tanto, apresenta-se algumas iniciativas implementadas no Brasil com destaque para o Programa de Residência Docente (PRD) da Universidade Federal Juiz de Fora (UFJF) em parceira com o Colégio de Aplicação João XXIII. Também são discutidos excertos de um questionário e uma entrevista realizados com dois professores que participaram do PRD da UFJF. Ao analisar esses programas, foram identificados desafios e oportunidades para a formação e o acompanhamento de professores iniciantes no Brasil. Além disso, o PRD possibilitou aos professores iniciantes experiências em contextos de sala de aula com acompanhamento de professores experientes que podem ter contribuído para o desenvolvimento profissional e da identidade docente desses ex-residentes.*

Abstract. *This article, part of a master's thesis, investigates an overview of Brazilian programs aimed at monitoring teachers who teach mathematics at the beginning of their careers. To this end, some initiatives implemented in Brazil are presented, with emphasis on the Teaching Residency Program (PRD) at the Federal University of Juiz de Fora (UFJF) in partnership with the Colégio de Aplicação João XXIII. Excerpts from a questionnaire and an interview carried out with two professors who participated in the PRD of UFJF are also discussed. When analyzing these programs, challenges and opportunities for education and monitoring beginning teachers in Brazil were identified. Furthermore, the PRD provided beginning teachers with experiences in classroom contexts accompanied by experienced teachers who may have contributed to the professional development and teaching identity of these ex-residents.*

Palavras-chave: Professor Iniciante; Inserção Docente; Programa de Residência Docente; Matemática.

Keywords: Beginning Teacher; Teaching Insertion; Teaching Residency Program; Mathematics.

Introdução

A fase inicial da carreira docente reconhecida internacionalmente como tateamento profissional e entrada na carreira (Huberman, 1995) é reconhecida por desafios e particularidades

significativas como, por exemplo, dificuldades com a indisciplina dos alunos, de ensinar os conteúdos, de lidar com pais ou responsáveis, entre outros, ou seja, há um distanciamento entre o que foi aprendido na formação inicial e a realidade da sala de aula. Devido a essas singularidades, Lima e Carneiro (2021) asseveram que, ao longo dos anos, diversos países têm desenvolvido programas de acompanhamento dedicados a professores em início de carreira com intuito de, por exemplo, promover a formação da identidade profissional e pedagógica, auxiliar no desenvolvimento profissional, estimular a permanência na profissão evitando o abandono precoce. Além disso, esses professores iniciantes aprendem com os mais experientes, enfrentando os medos, as fragilidades, as angústias, os (de)sabores do início de carreira, entre outros sentimentos tão frequentes no sobreviver e no descobrir a profissão docente.

Snoek *et al.* (2010) salientam que esses apoios destinados a professores iniciantes são denominados de programas de "indução profissional" e definidos como:

> programas que podem oferecer as melhores e mais eficaz apoio a novos professores, evitando o abandono escolar e aumentando a competência profissional por meio do suporte que é dado aos professores iniciantes após o término do programa formal de formação inicial de professores no início do seu primeiro contrato como professor na escola (Snoek *et al.*, 2010, p. 13).

Além disso, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCED – (2006) propôs aos países que fazem parte da sua organização a implantação de um período formal de indução com apoio aos docentes iniciantes, de forma que este professorado pudesse ter acesso a profissionais da educação mais experientes chamados de mentores/tutores/orientadores, que os auxiliassem em sua aprendizagem da docência. Diante disso, em seus documentos, a OCDE (2006) recomendou a adoção de um período probatório de um a dois anos com carácter obrigatório antes da obtenção de um diploma ou de um cargo de trabalho permanente em que o docente passasse por uma avaliação.

No Brasil, o item 18.2 do Plano Nacional de Educação (PNE-2014-2024) tem o objetivo de implantar, nas redes públicas de educação básica e superior, acompanhamento aos professores iniciantes supervisionados por equipes de profissionais experientes a fim de fundamentar, com base em avaliação documentada, a decisão pela efetivação após o estágio probatório, bem como oferecer durante esse período curso de aprofundamento de estudos na área de atuação do professor, com destaque para os conteúdos a serem ensinados e as metodologias de ensino de cada disciplina. Mesmo havendo esse respaldo, constata-se que, em nível nacional, as iniciativas de programas de acompanhamento de docentes iniciantes ainda são embrionárias.

Rabelo e Monteiro (2021) apontam que, mesmo sendo um objeto de grande relevância para a reflexão acerca da formação docente, as investigações e os programas de indução dedicados a professores iniciantes no Brasil ainda são incipientes, por isso, verifica-se a necessidade de investigar a existência e como ocorre o processo de indução de professores

por meio de programas e de políticas públicas nacionais com o propósito de refletir sobre a inserção desse profissional na docência.

Diante do cenário exposto, neste artigo, caracterizaremos cinco programas implementados no Brasil que apoiam professores que ensinam[1] matemática, três finalizados e dois em funcionamento. Destacaremos, especialmente, o Programa de Residência Docente da Universidade Federal de Juiz de Fora (PRD/UFJF) em parceria com o Colégio de Aplicação João XXIII. Pautamo-nos na formação do professor que ensina matemática, pois de acordo com reportagem de Paulo Saldaña, no Jornal Folha de São Paulo de 2023, a taxa de desistência dos cursos de formação de professores de matemática no Brasil estava em torno de 70%, muito acima da média do sistema universitário.

Assim, realizamos um estudo de caso dos programas de indução no Brasil. Para Yin (2005), um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica e baseia-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental. Estuda uma dada entidade no seu contexto real, tirando todo o partido possível de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefatos. Já Ponte (2006, p. 2) assume que o estudo de caso visa "conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social".

Para tanto, fizemos um levantamento dos programas de indução brasileiros a partir de publicações sobre eles e foram encontrados cinco: Programa de acompanhamento de professores em início de carreira (PAPIC) da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT); Programa de Mentoria On-line da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Projeto Residência Docente da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG); Programa de Residência Docente do Colégio Pedro II e; Programa de Residência Docente da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Também trazemos, neste trabalho, excertos de um questionário e entrevista de dois ex-residentes, pois no momento da produção de dados eram os únicos professores de matemática que que haviam participado do PRD da UFJF. Esse questionário foi elaborado no *Google Forms* e enviado por e-mail aos participantes. Ele visava obter uma caracterização dos ex-residentes e algumas informações iniciais sobre sua participação no Programa. Já a entrevista, buscou obter informações sobre o PRD e sobre a participação dos ex-residentes.

Afinal, o que são programas de acompanhamento de professores iniciantes?

Para Nóvoa (2019), há um espaço, um momento, que o autor denomina de "tempo entre-dois" ou fase intermediária que compreende o fim da formação inicial e o início efetivo da profissão. Para o autor, é nessa etapa que nos tornamos professores. É o lugar próprio para dialogar e responder questionamentos sobre a formação, a identidade profissional docente

[1] Além dos professores de matemática que trabalham nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (estudantes de 11 a 17 anos), consideramos que os licenciados em pedagogia são professores que ensinam matemática, pois eles têm essa incumbência nos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças de 6 a 10 anos).

e o modo como somos inseridos na profissão: são os programas de acompanhamento de professores e/ou programas de residência docente.

É relevante salientar que diversos autores oferecem interpretações sobre a definição de programas de acompanhamento para professores iniciantes, destacando diferentes conceitos e perspectivas sobre essa fase intermediária, conforme tabela 1.Parte superior do formulárioParte inferior do formulário

Tabela 1. Definições de programas de acompanhamento de professores iniciantes

Autor	Definição
Marcelo García (1999)	Os programas de indução representam uma resposta à necessidade de apoio e orientação para os docentes nos primeiros anos de carreira. São períodos críticos nos quais os professores fazem a transição de estudantes para profissionais, enfrentando desafios, inseguranças, medos, angústias e tensões.
Langdon *et al.* (2014)	Os programas de residência docente são concebidos como elementos essenciais na formação inicial de professores, auxiliando a transição dos novos professores para a comunidade escolar. Esses programas visam integrar a teoria aprendida durante a formação inicial à prática docente.
Sant'arma, Mattos & Costa (2015)	A possibilidade de os professores iniciantes fazerem relação do que aprenderam em sua formação inicial com a vivência na prática profissional constitui-se em um dos pilares desse Programa. Desse modo, o Programa atua na dificil associação ou adequação das habilidades e conhecimentos adquiridos na formação inicial com a prática e a realidade vivenciadas em sala de aula, no tratamento das disciplinas específicas, bem como em relação às questões de integração social nas relações sociais entre alunos e entre alunos-professor.
Oppenheimer (2017)	Defmir a inserção profissional dos professores é um desafio, dada a variedade de programas existentes e suas diferentes abordagens. Alguns programas enfatizam o desenvolvimento de habilidades técnicas, enquanto outros focam no fortalecimento da identidade profissional. Há também aqueles que visam à integração dos novos professores ao sistema educacional, buscando evitar a evasão desses profissionais da carreira docente.

Fonte: Adaptado dos autores.

Podemos perceber que a definição de Marcelo García (1999) é mais geral e somente menciona a importância dos programas em apoiarem os docentes na transição de estudante a professor. Já as propostas de Langdon et al. (2014) e Sant'anna, Mattos e Costa (2015) apresentam especificações desses programas no que se refere a serem um elemento essencial na formação inicial ao levarem os professores a fazerem relação entre o que aprenderam nesses cursos e a prática profissional docente. Por fim, Oppenheimer (2017) discute que há vários modelos de programas que podem abordar o aprofundamento de habilidades técnicas, ou do desenvolvimento da identidade profissional docente. Outros ainda podem ajudar na integração dos professores de modo a evitar o abandono da carreira.

Ingersoll e Strong (2011) assumem que o que realmente merece atenção nesses programas não é sua definição, e sim o fato de que quando bem implementados, eles podem acelerar o

desenvolvimento do professorado iniciante, diminuindo sentimentos de solidão, desajustamento profissional, desinteresse e aumentando a probabilidade de que ele permaneça na profissão.

Assumiremos, neste artigo, a perspectiva e o conceito proposto por Nóvoa (2017, p. 1124) ao destacar que a indução, pela sua própria raiz etimológica, implica a ideia de "introduzir" ou "levar a outro lugar". Assim, os programas oferecem oportunidades e formas de adentrar à profissão, permitindo ao professor descobrir e sobreviver aos primeiros anos de docência, etapa essa que é de suma importância na trajetória profissional e pessoal desse professorado principiante.

Programas de acompanhamento de professores que ensinam matemática no Brasil

Dentre os programas de acompanhamento de professores que ensinam matemática iniciantes, três já estão encerrados e dois permanecem em funcionamento, sendo um deles o PRD da UFJF que será apresentado na seção seguinte.

O programa de acompanhamento de professores em início de carreira (PAPIC) teve início em 2011 e seu objetivo foi propiciar apoio pessoal e profissional para professores em início de carreira a partir do acompanhamento presencial e on-line. Os participantes foram professores iniciantes que possuíam menos de cinco anos de carreira, estudantes e professores das Licenciaturas em Química, Geografia, Biologia, Pedagogia, Letras e Educação Física da UFMT e tinham como pressuposto a colaboração com os iniciantes, pois esse período é um momento complexo e que exige do programa diferentes atividades já que esses professores enfrentam realidades variadas. Além disso, o PAPIC desenvolveu atividades que oferecem apoio pessoal e profissional a partir do acompanhamento *in loco*, encontros presenciais, oficinas didático-pedagógicas e ambientes virtuais etc. (Sigproj, 2013).

O Programa de Mentoria *On-line* da UFSCar é outro programa que foi organizado por pesquisadores da instituição sendo oferecido entre 2004 e 2007, com a finalidade de auxiliar os professores que ensinam matemática iniciantes que trabalhavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental com até cinco anos de carreira a superarem os desafios mais comuns desse período. Por meio do seu acompanhamento, professoras experientes, denominadas de "mentoras", auxiliavam os docentes por meio de e-mails em um ambiente virtual[2]. Esse ambiente tinha o seguinte objetivo "[...] fomentar o desenvolvimento profissional de professores do ensino básico e visa a atender, com auxílio de profissionais experientes da rede pública de ensino e da própria universidade, professores em diferentes fases da carreira docente e níveis de ensino e outros agentes educacionais" (Reali, Tancredi & Mizukami, 2010, p. 481).

Já o Projeto Residência Docente, parceria entre o Centro Pedagógico, a UFMG e a Capes, é denominado por Ricci, Braga e Costa (2020, p. 53) como uma possibilidade de "[...] formação continuada de professores [...] em exercício em redes públicas de ensino, a

[2] Disponível em: http://www.portaldosprofessores.ufscar.br/mentoriaApresentacao.jsp. Acesso:1 abr. 2024.

partir de vivencias e reflexões sobre o fazer pedagógico, no Ensino Fundamental, nas suas dimensões teóricas, metodológicas e práticas".

O Programa de Residência Docente (PRD) do Colégio Pedro II, ainda em funcionamento, foi criado com o objetivo de ofertar a professores recém-formados ou não da rede pública do Rio de Janeiro (Rabelo & Monteiro, 2021) experiências na formação continuada, buscando refletir sobre os processos de teoria e prática docente. O programa visa a vivência de professores recém-formados com orientadores do Colégio Pedro II, com o intuito de contribuir na qualidade da formação profissional deste professorado iniciante, assim como propiciar a discussão da realidade educacional no âmbito regional e nacional. O programa oferece a professores iniciantes uma inserção em um projeto que contempla pesquisa, teoria e prática para o aprimoramento do exercício da docência e culmina na concessão do título de especialista (Sant'Anna, Mattos & Costa, 2015).

O PRD do Colégio Pedro II contempla atividades presenciais distribuídas no período de um ano letivo, com uma carga horária total de 360 horas constituídas por atividades desenvolvidas no Colégio e no próprio contexto escolar em que o residente atua em algumas atividades a distância.

Considerando o fato de que, dos programas analisados, apenas dois ainda estão em vigência, cumpre destacar uma preocupação relevante nesta investigação: a descontinuidade de programas brasileiros voltados a professores em início de carreira.

Diante desse cenário, mesmo com iniciativas como essas apresentadas, são poucas as propostas, os programas e projetos voltados à inserção profissional de professores que ensinam matemática iniciantes, se considerarmos a extensão e a valorização do professor no Brasil. Considerando a ausência de políticas públicas de acompanhamento desse professor, surgiu a necessidade de investigar o Programa de Residência Docente da UFJF.

O Programa de Residência Docente da UFJF

De acordo com o Ministério da Educação, os Colégios de Aplicação têm a função de promover a educação básica, experimentações de novas práticas, desenvolver pesquisas pedagógicas, formação de professores, implementação e avaliação de novos currículos e ainda capacitação docente (Ministério da Educação, 1993).

De acordo com Cosenza, Dias e Amorim (2020), é nesse contexto escolar que ocorre o PRD, institucionalizado e alinhado ao Projeto Pedagógico Institucional das Licenciaturas (PPI) (UFJF, 2018) e ao Plano Nacional de Educação (2014-2024), cujo esforço

> Constituiu-se num desafio de grande aprendizagem na gestão universitária na produção de políticas de educação, cujo esforço desdobrou-se nas ações do programa de Residência Docente em contexto da desmaterialização das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica pela atual política nacional de formação de professoras/es. Nesse sentido, tal Programa se estabelece enquanto espaço político de defesa

> do alcance das metas que asseguram o direito à educação para todas/os e a valorização das/os profissionais da educação (Cosenza, Dias & Amorim, 2020, p. 40).

O PRD, em seus documentos oficiais, constituía-se de um programa de formação continuada docente em nível de pós-graduação vinculado à Pró-reitora de Graduação da UFJF, o qual foi criado em 2018 e implementado em 2019.

De acordo com o Projeto Pedagógico Institucional das Licenciaturas (UFJF, 2018), o PRD tem como objetivo aprimorar a formação do professor oferecendo um programa de formação continuada que constitui uma realidade de interação entre pesquisa acadêmica e prática docente, contribuindo para elevar o padrão de qualidade da educação básica por meio do desenvolvimento de competências docentes *in loco*, visando complementar a formação recebida na instituição de ensino superior de origem com a vivência em ambiente escolar.

O PRD é direcionado aos licenciados que concluíram o curso de Licenciatura Plena, nas especialidades oferecidas como áreas/disciplinas e/ou temas transversais pelo Colégio de Aplicação João XXIII, do 1º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA) e na Educação Infantil por meio de convênio com Instituição Pública Municipal. São ofertadas vagas nas diversas áreas do conhecimento, incluindo Pedagogia e Matemática.

Diante disso, o programa é executado por edital público e para participar do processo seletivo, são necessários alguns requisitos obrigatórios: (1) professor formado com até três anos de conclusão do Curso de Licenciatura Plena; (2) ter regime de dedicação exclusiva à residência, sendo vedado o desenvolvimento de outras atividades profissionais no período de realização do PRD; e (3) ser aprovado no processo seletivo que se constitui de três etapas: uma prova objetiva, uma prova de redação, entrevista e análise de currículo.

A participação no PRD é remunerada com bolsas que são custeadas com recursos orçamentários próprios da UFJF e nos anos de 2020 e 2021 teve o valor de R$ 3330,43 mensais e a partir de 2022 passou a ser de R$ 4609,89 em isonomia aos demais programas de residência no campo da saúde. A participação nesse programa tem a duração de 12 meses, devendo o residente cumprir o total de 2.880 horas de atividades anuais o que representa 60 horas semanais de atividades presenciais e extraclasse, como ilustra a tabela 2.

Verifica-se que há uma preocupação em relação às vivências, às experiências, à observação-participativa e à construção de saberes docentes por meio de exposição a novas teorias, novas práticas e novos olhares sobre os processos pedagógicos e de ensino e aprendizagem.

Os participantes do PRD que cumprirem todos os requisitos de frequência, o desempenho nas atividades estipuladas e concluírem os trabalhos finais terão direito ao certificado de especialista em Residência Docente. Como salientam Cosenza, Dias e Amorim (2020, p. 38), a UFJF considera o PPI e o PRD como "espaços de mobilização permanentes de defesa do alcance das metas que asseguram o direito à educação para todas/os, a valorização das/os profissionais da educação, a autonomia universitária e a luta em prol do Estado Democrático de Direito".

Tabela 2. Atividades a serem desenvolvidas no PRD

Atividades presenciais	• Observação de aulas e atividades; • Regência de aulas e/ou atividades; • Cooperação em atividades desenvolvidas em sala de aula, como acompanhamento de grupos de trabalho; • Colaboração em atividades desenvolvidas nos espaços educativos.
Atividades Extraclasse	• Elaboração de Plano de Aula e/ou Projetos Pedagógicos; • Preparação de materiais e atividades; • Correção e construção de avaliações; • Tutoria em situações de apoio extraclasse; • Atividades acadêmicas na Biblioteca Escolar ou Sala de Leitura e outros espaços; • Observação da atuação de setores, como Coordenação Pedagógica, Núcleos de Apoio Escolar, Conselhos de Classe e Grupo de Trabalho de Inclusão e Acessibilidade e outros; • Colaboração na organização de atividades extraclasse ou eventos culturais; • Participação nas disciplinas programadas no projeto de criação do curso de Pós-Graduação Lato Sonsa; • Participação em grupos de estudos e/ou pesquisa, bem como projetos de extensão, pesquisa e treinamento profissional sobre questões específicas do ensino.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir dessas características apresentadas pelo PRD da UFJF, verifica-se que pode ser um espaço formativo que auxilie o docente em início de carreira a ter contato com a sala de aula, a unir a teoria à prática e a vivenciar os desafios e dilemas da prática docente (Langdon et al., 2014, Sant'anna, Mattos & Costa, 2015). Além disso, os participantes são acompanhados de professores experientes que podem apoiar o iniciante e minimizar o distanciamento entre a formação inicial e a realidade escolar (Huberman, 1995).

A partir do exposto, exibiremos excertos dos dois únicos professores de matemática que participaram do PRD/UFJF. Eles discutem sobre o cotidiano do programa visando evidenciar como o trabalho desenvolvido e como se sentiram ao longo de um ano de participação.

Os residentes de Matemática apontam o PRD como um espaço em que parece

> [...] *um sonho. Temos a possibilidade de ocupar um lugar de docência compartilhada, há a possibilidade de não saber determinadas coisas, e isso ser considerado normal e aceitável, e ser discutido com nossos orientadores* (professores experientes/mentores). *É um processo de imersão em diversos mundos diferentes, que saltam aos olhos como possibilidades de aprofundamento. Não há espaço como a residência docente! Não se ocupa no estágio, nos programas de inserção docente (como o PIBID), na graduação e nem no mestrado*" (Júlia, Questionário).
>
> [...] *Tive uma complexa relação entre teoria e prática durante o início de carreira. Então o PRD foi uma experiência espetacular. Tive a oportunidade de trabalhar com profissionais extremamente competentes e comprometidos com o trabalho. Abordei diversos temas sobre a prática docente que me ajudaram muito a compreender a teoria e a continuar na carreira docente* (Pereira, Questionário).

Para Júlia, o PRD representa, como salienta Larrosa Bondía (2002, p. 21), "uma experiência que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca" ou ainda como um espaço de formação que não é experienciado na graduação. Um lugar de indução profissional (Nóvoa, 2009).

Já Pereira pode ver a relação entre a teoria e a prática docente, ser auxiliado por professores mais experientes e como mencionado pelo participante foi um espaço importante para que não abandonasse a profissão.

No caso dos residentes participantes deste estudo, ficou evidente que as trocas, o apoio que receberam dos professores orientadores, do colégio, da comunidade acadêmica, em geral, os auxiliaram no choque de realidade, na sobrevivência e na descoberta da profissão nesses primeiros anos de docência ao receberem subsídios, sejam eles conceituais, procedimentais ou atitudinais, para enfrentar os problemas, as dificuldades, na matemática e no dia a dia escolar, como observado no excerto:

Além disso, ambos os residentes de matemática destacaram momentos que marcaram sua formação no PRD. Esses trechos destacam não apenas a falta de domínio das múltiplas formas de compreender e estabelecer relações com a matemática escolar, mas também as dificuldades em ensinar determinados conteúdos matemáticos e áreas correlatas como, por exemplo, a Robótica.

> [...] *no 2º ano estávamos explicando o ciclo trigonométrico e a menina não estava entendendo o que era quadrante, e a gente ali utilizando Geogebra [...] aí a gente propôs que algum aluno explicasse, aí um aluno, [...] fala, olha só, imagina um laranja, agora você corta no meio, cortou? agora a gente vai fazer uma cruz na laranja, feito? Então ficou quatro partes? Ficou, então, isso são os quadrantes. E a menina. Ah, entendi...* (Júlia, Entrevista).
>
> [...] *eu comecei a trabalhar com robótica, programação. Dei aula para criancinhas de 10 anos de idade. Você já imaginou o que é um professor de matemática para ensino fundamental II, médio dando aula para crianças do ensino fundamental I, com as crianças programando processos matemáticos* (Pereira, Entrevista).

Esses excertos evidenciam experiências vividas pelos ex-residentes, que foram importantes para seu desenvolvimento profissional. Eles não apenas buscaram abordar conhecimentos técnicos sobre a docência, mas também fortalecer suas identidades profissionais (Oppenheimer, 2017), fazendo com que se sentissem parte daquela escola e das salas de aula em que tiveram a oportunidade de trabalhar.

Diante do contexto apresentado, o PRD proporcionou a esses professores de matemática iniciantes uma imersão na profissão, além dos avanços em seu trabalho como docentes, em suas trajetórias e identidades profissionais a partir da vivência e dos momentos de reflexão, do compartilhamento, de trocas e de docência compartilhada.

Considerações Finais

Os programas de acompanhamento docente presentes no Brasil e apresentados neste trabalho ainda são poucos e incipientes, o que evidencia a necessidade de mais investigações sobre eles e de criação de novos programas, de modo a possibilitar que todos os professores em início de carreira tenham o apoio de docentes experientes, minimizando os desafios e dificuldades desse início.

Além disso, o PRD representa uma importante iniciativa na formação e desenvolvimento dos professores iniciantes, proporcionando-lhes a oportunidade de vivenciar e se envolver ativamente em processos de adaptação social, cultural, educacional e política. Ao integrar os licenciados de matemática ao cotidiano escolar, o PRD busca consolidar e aprimorar sua formação, capacitando-os para enfrentar os desafios do ensino e da aprendizagem com conhecimento teórico e prático sólidos. Também contribuiu complementando a formação dos professores iniciantes, abordando questões específicas relacionadas ao ensino da área/disciplina e aos aspectos da vida escolar, assim, não apenas contribui para a melhoria da qualidade educacional no ambiente escolar, mas também promove a formação continuada e prepara os professores para uma futura prática profissional mais sólida.

Dessa forma, programas como o PRD da UFJF podem ser tomados como modelos para outros, inclusive a nível nacional, e que possam criar condições dignas e pautadas no apoio ao professor iniciante, auxiliando a unirem a teoria à prática em situações de sala de aula e da escola de maneira a se desenvolverem profissionalmente.

Referências bibliográficas

Cosenza, A., Dias, J. M. T. & Amorim, C. C. (2020). Formação continuada em um Programa de Residência Docente: a experiência da UFJF. *Formação Docente: Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, *12*(25), 31-42. https://doi.org/10.31639/rbpfp.v13i25.43

Huberman, M. (1995). O ciclo de vida profissional dos professores: In: A. Nóvoa (Org.). *Vidas de professores*. (pp. 31-59). Porto: LTDA.

Ingersoll, R. & Strong, M. (2011). The impact of induction and Mentoring Programs for Beginning Teachers: a critical review of the research. *Review of Education Research*, *81*(2), 201-233. https://repository.upenn.edu/gse_pubs/127

Larrosa Bondía, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Revista Brasileira de Educação*, 19, 20-28. https://doi.org/10.1590/S1413-24782002000100003

Langdon, F. J., Alexander, P. A., Ryde, A. & Baggetta, P. (2014). A national survey of induction and mentoring: how it is perceived within communities of practice. *Teaching and Teacher Education*, *44*, 92-105.

Lima, B. L. C & Carneiro, R. F. (2021). Programas de inserção e indução profissional de professores em início de carreira. In: E. R. Navarro & Sousa, M. C. (Org.). *Educação Matemática em Pesquisa: perspectivas e tendências*. São Paulo: Editora Científica Digital.

Marcelo García, C. (1999). *Formação de professores: para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora.

Ministério da Educação. (2014). *Lei n.º 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências*. Brasília: Ministério da Educação.

Ministério da Educação. (1993). *Plano decenal de educação para todos*. Brasília: MEC. http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002599.pdf

Nóvoa, A. (2019). Entre a formação e a profissão: ensaio sobre o modo como nos tornamos professores. *Currículo sem Fronteiras*, *19*(1), 198-208. http://www.curriculosemfronteiras.org/vol19iss1articles/novoa.pdf

Nóvoa, A. (2017). Firmar a posição como professor, afirmar a profissão docente. *Cadernos de pesquisa*, *47*(166), 1106-1133. http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742017000401106

Nóvoa, A. (2009). *Professores: imagens do futuro presente*. Lisboa: Educa.

Oppenheimer O. S. (2017). Being a mentor: novice teachers' mentors' conceptions of mentoring prior to training. *Professional Development in Education*, *43*(2), 274-292. https://doi.org/10.1080/19415257.2016.1152591

Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. (2006). *Professores são importantes: atraindo, desenvolvendo e retendo professores eficazes*. São Paulo: Editora Moderna.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de Caso em Educação Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, SP, *19*(25), 1-23.

Rabelo, A. O & Monteiro. A. M. (2021). O apoio ao docente em início de carreira: impactos na indução profissional docente do programa residência docente do Colégio Pedro II. *Educação em Revista*, *37*(1), 1-17. https://doi.org/10.1590/0102-469832723

Reali, A. M. M. R, Tancredi, R. M. S. P & Mizukami, M. G. N. (2010). Programa de mentoria online para professores iniciantes: fases de um processo. *Cadernos de Pesquisa*, *40*(140), 479-506.

Ricci, C. S., Braga, S. M. & Costa, T. M. L. (2020). Residência Docente no Centro Pedagógico da UFMG: o fazer docente como objeto de reflexão. *Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, *12*(25), 53- 66. https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/444

Saldaña, P. (2023, 31 de maio). Desistência atinge 7 em cada 10 alunos de formação de professores de exatas. *Folha de São Paulo*. https://encurtador.com.br/IEOAf

Sant'Anna, N. F., Mattos, F. R. & Costa, C. S. (2015). Formação continuada de professores: a experiência do programa de residência docente no Colégio Pedro II. *Educação em Revista*, *31*(4), 249-278. https://doi.org/10.1590/0102-4698139566

Sigproj. (2013). *Programa de acompanhamento de professores de Química em início de carreira*. Universidade Federal do Mato Grosso. http://sigproj.ufrj.br/apoiados.php?projeto_id=140345

Snoek, M. *et al.* (2010). *Developing coherent and system-wide induction programmes for beginning teachers: a handbook for policymakers*. Brussels: European Commission.

Universidade Federal de Juiz de Fora. (2018). *Resolução n.º 111/18: Aprova o Projeto Pedagógico Institucional – PPI – das Licenciaturas*. Juiz de Fora: UFJF. https://www2.ufjf.br/congrad/wp-content/uploads/sites/30/2018/02/Resolução-111.2018-Projeto-Pedagógico-Institucional-das-Licenciaturas.pdf

Yin, R. (2005). *Estudo de caso: planejamento e método*. Porto Alegre: Bookman.

Panorama das investigações sobre a formação do professor de matemática em contexto de colaboração luso-brasileira

Overview of research on mathematics teacher education in a Portuguese-Brazilian collaborative context

Francisco Alexandre de Lima Sales, Alexandra Sofia Cunha Rodrigues, Reullyanne Freitas de Aguiar

[1]Instituto Federal do Maranhão (IFMA), *alexandre.sales@ifma.edu.br*
[2] CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, UIED – Portugal, *alexsofiarod@gmail.com*
[1]Instituto Federal do Maranhão (IFMA), *reullyanne.aguiar@ifma.edu.br*

Resumo. *A pesquisa científica é importante e traz diversos benefícios para o campo de atuação relacionado à formação docente, promovendo a compreensão e previsão de fenômenos sociais e naturais. A colaboração entre pesquisadores, especialmente em grupos e redes colaborativas nacionais e internacionais, impulsiona o avanço do conhecimento. Assim, esta pesquisa busca analisar estudos realizados em colaboração de pesquisadores portugueses e brasileiros, com o intuito de identificar lacunas e tendências nos estudos relacionados à formação inicial e continuada dos professores de matemática e professores que ensinam matemática. A metodologia inclui pesquisa bibliométrica e Scoping Review, com análise de dados usando softwares especializados. Como resultado, observou-se uma produção concentrada em revistas de alto impacto, segundo critérios brasileiros, embora haja divergências com relação as avaliações internacionais. Os artigos destacam predominância de estudos qualitativos relacionados à formação inicial e continuada do professor de matemática, abordando temas como raciocínio lógico, álgebra e práticas docentes. Contudo, há pouca abordagem intercultural, o que poderia enriquecer a compreensão das práticas educacionais em contextos diversos, entre eles o luso-brasileiro. Recomenda-se que futuras pesquisas explorem essa dimensão para uma compreensão mais contextualizada dos processos educacionais em ambientes multiculturais.*

Abstract. *Scientific research is important and brings various benefits to the field of teacher education, promoting understanding and prediction of social and natural phenomena. Collaboration among researchers, especially in national and international collaborative groups and networks, promotes the advancement of knowledge. Thus, this research aims to analyze studies conducted in collaboration between Portuguese and Brazilian researchers, identifying gaps and trends in studies related to the initial and continuous training of mathematics teachers and teachers who teach mathematics. The methodology includes bibliometric research and a Scoping Review, with data analysis using specialized software. As a result, it was observed that production is concentrated in high-impact journals according to Brazilian criteria, although there are discrepancies with international evaluations. The articles highlight a predominance of qualitative studies related to both initial and continuing education of mathematics teachers, covering topics such as logical reasoning, algebra, and teaching practices. However, there is little intercultural approach, which could enrich the understanding of educational practices in diverse contexts, in-*

cluding the Luso-Brazilian context. It is recommended that future research explores this dimension for a more contextualized understanding of educational processes in multicultural environments.

Palavras-chave: Rede de Pesquisa; Educação Matemática; Formação Docente; Artigos Escritos em Colaboração.

Keywords: Research Network; Mathematics Education; Teacher Education; Collaboratively Written Articles.

Introdução

O entrelaçamento de ideias no desenvolvimento de investigações, realizada por meio de pesquisadores, pode ocorrer de diversas formas e origens. Um exemplo disto ocorre por meio da participação em Grupos de Pesquisa. Estes grupos compreendem importantes ambientes para a discussão de ideias e para a formação de pesquisadores, visando fomentar a melhoria da rede de investigação (Feio et al., 2022) e, de modo geral, do campo científico. Outra forma de interação entre pesquisadores ocorre por meio das equipes de investigação colaborativas que oferecem oportunidades para aprender processos de pesquisas, melhorar os resultados e aprimorar a capacidade de investigação através de orientação e apoio (Mcclunie-Trust et al., 2022). Com isso, esta prática colaborativa entre pesquisadores tem se mostrado como uma importante estratégia auxiliando e ampliando os conhecimentos relacionados ao campo de atuação na formação de professores.

Para uma compreensão mais clara, é importante notar que nem toda pesquisa de qualidade é realizada e construída em grupo. Existem diversos autores que produzem e escrevem seus achados científicos sozinhos, seguindo uma abordagem na forma monografa, com igual qualidade e vice-versa. Mas defende-se que a convergência e divergência de ideias, no desenvolvimento de investigações científicas em grupo, pode suscitar ganhos significativos nas discussões e achados da pesquisa.

Investigações colaborativas entre pesquisadores de países distintos podem auxiliar na obtenção de visões diferentes em relação a um mesmo assunto. Dentre outras áreas, muitos pesquisadores, ao mesmo tempo que são investigadores também são docentes, possuindo assim uma variedade de saberes que vão além do conhecimento acadêmico da disciplina que ensinam (Tardif, 2014), e podendo este impactar e contribuir em sua pesquisa.

Devido a velocidade do ambiente virtual, pesquisadores estão realizando contribuições para temas de investigação de destaque mundialmente, com a colaboração internacional, aumentando o impacto e o acesso ao financiamento de agências internacionais, entre eles a rede colaborativa dos pesquisadores brasileiros (McManus et al., 2020) e portugueses. Estudos indicam que grupos de docentes/pesquisadores luso-brasileiros percebem as redes sociais *online* como espaços de comunicação, colaboração, interação e disponibilização de conteúdo em ambientes acadêmicos (Ribeiro et al., 2019). Por conseguinte, o rol de possibilidades para a interação entre pesquisadores com objetos de pesquisas em comum aumenta significativamente, promovendo e estimulando a colaboração internacional.

Os benefícios que compreendem as redes colaborativas entre docentes/pesquisadores contemplam a formação integral, reflexiva e crítica do profissional, agregando um espaço que visa a aprendizagem da sua própria práxis. "As ações de subversão responsável do professor e do pesquisador, em suas atividades profissionais diárias, decorrem do desafio que lhes é apresentado em múltiplas situações para as quais não encontram respostas pré-estabelecidas" (D'Ambrosio & Lopes, 2015, p. 4). Estes desafios emergem em decorrência de vivências e interações, com outros pesquisadores e leituras, como a exemplo aos que apresentam foco na formação do professor de matemática. Sendo que esta área enfrenta desafios no equilíbrio entre fatores individuais, sociais, de ação, de reflexão e fatores internos e externos, exigindo colaboração entre investigadores, profissionais e decisores políticos (Krainer & Llinares, 2010).

Os países de língua portuguesa têm potencial para promover a sustentabilidade no ensino superior, com contribuições principalmente na educação e investigação (Bizerril et al., 2018). Estudos que analisem como esta pesquisa ocorre e como está se desenvolvendo em colaboração entre Brasil e Portugal podem auxiliar no entendimento das tendências e lacunas relacionados à formação do professor de matemática. Deste modo questiona-se qual é o panorama das produções científicas sobre a formação do professor de matemática em contexto de colaboração luso-brasileira?

Assim, esta pesquisa busca analisar estudos realizados em colaboração de pesquisadores portugueses e brasileiros, com o intuito de identificar lacunas e tendências nos estudos relacionados à formação inicial e continuada dos professores de matemática e professores que ensinam matemática. Espera-se com esta investigação apresentar *insights* relevantes para o aprimoramento das práticas de formação de professores que ensinam matemática e contribuir para uma compreensão mais abrangente das necessidades e desafios enfrentados nesse campo educacional em ambas as nações.

Metodologia

A pesquisa científica envolve a investigação de fenômenos, o teste de hipóteses e a resposta, ou não, das questões de pesquisa usando várias abordagens metodológicas, como experimental, observacional, estudo de caso, pesquisa correlacional (Bahishti, 2023), entre outras. A investigação científica é calorosa, envolvente e arriscada, abraçando a incerteza e incorporando ideologia ao posicionamento político social (Latour, 1998). Esta está relacionada com o desejo de obter maiores conhecimentos, sendo necessário um constante diálogo com a realidade. Assim, Demo (2021) afirma que a pesquisa se relaciona com questionamentos reconstrutivos que englobam teoria e prática, qualidade formal e política, inovação e ética, contribuindo para a melhoria da qualidade de vida da sociedade.

Com relação a abordagem, esta produção pode ser definida como uma pesquisa exploratória (Fernandes et al., 2018), pois busca identificar características predominantes nas obras acadêmicas, relacionadas à temática, através de uma investigação aprofundada, estimulando a compreensão e assimilação das ideias. Por outra vertente, esta investigação apresenta

característica de uma pesquisa qualitativa por permitir que o pesquisador se aproxime da temática de forma flexiva utilizando métodos reflexivos (Feio et al., 2022). Deste modo, esta abordagem "se põe o desafio de captar com a maior precisão possível o impreciso" (Demo, 2002, p. 364), nas pesquisas que compõem o *corpus*.

Para o desenvolvimento desta investigação adotou-se princípios da pesquisa bibliométrica e de *Scoping Review*. Inicialmente, realizou-se uma busca junto a base de dados da *Web Of Science* (WoS), e da *Scopus*, em março de 2024. Este estudo foi realizado com o intuito de identificar artigos com autores do Brasil e/ou Portugal, e se estruturou na seguinte busca booleana "MATH*" and ("TEACHER EDUCATION" or "TEACHER TRAINING").

Desta busca retornaram 476 investigações. Após realizar a análise de autoria dos artigos, por meio do *software* R, com a intenção de identificar, as produções que apresentavam colaboradores dos dois países (Brasil e Portugal), observou-se 23 pesquisas, sendo 1 duplicada. Após a leitura dos títulos e resumos, as 22 produções selecionadas, passaram por um processo de elegibilidade por meio da avaliação de dois juízes independentes. Um artigo foi excluído por estar ligado diretamente à biologia, e não à matemática. Houve uma discordância na elegibilidade de um artigo entre os juízes, o que exigiu uma reanálise do resumo; posteriormente, ele foi excluído por não se alinhar com o escopo da pesquisa.

Deste modo compuseram esta pesquisa 20 resumos de artigos. O rol de investigações selecionadas, foram analisados primeiramente por uma leitura e releitura dos títulos e resumos. Posteriormente foram analisados por meio do pacote, *software* R, e do *software* IRaMuTeQ.

As leituras e releituras, tiveram o intuito de identificar temáticas emergentes, grupos de participantes, foco da pesquisa, lacunas relacionadas à formação do professor de matemática, entre outros. Com o Pacote Bibliometrix, extraiu-se do conjunto de dados informações descritivas, com o objetivo de caracterização das produções como a identificação dos periódicos e autores. O Iramuteq, foi utilizado para a construção de nuvem de palavras, a fim de verificar a frequência destas, e realizar o agrupamento e organização. Esta análise pode possibilitar a identificação de padrões ou estruturas textuais, facilitando a compreensão do *corpus* analisado, neste caso composto por título e resumo das produções.

Resultados e discussões

Para a organização deste tópico optou-se pela estruturação em duas vertentes, a primeira baseada em dados bibliométricos com o objetivo de identificar os periódicos, os autores e as produções, para situar o ponto e local de onde emergem as pesquisas. *A posteriori* foi realizada uma análise com base no *corpus* constituído pelos títulos e resumos dos artigos selecionados, com o objetivo de identificar temáticas e estruturas que emergem.

Ao analisar as produções selecionadas, foi observado que oito foram publicados na revista *Acta Scientiae*, cinco na *Bolema* (Boletim de Educação Matemática) e três no *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, contabilizando um total de 16 produções

(80%). Estas revistas apresentam extrato Qualis A1, A2 e A1, respectivamente, no quadriênio 2017-2020. A classificação Qualis é uma métrica amplamente utilizada no Brasil, que é estruturada em A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3, B4 e C, sendo A1 (o mais elevado) e C (o mais baixo), de acordo com a relevância e impacto das revistas.

Com relação às avaliações internacionais, estas revistas são classificadas em Q3 segundo o SJR, com H-Index de 6 para *Acta Scientiae*, 15 para *Bolema*, e 20 para *International Electronic Journal Of Mathematics Education*. Deste modo, ao realizar comparações entre as classificações, observa-se que a maior parte das revistas apresentaram um fator de impacto relevante segundo critérios brasileiros. No entanto, estes periódicos não alcançam bons extratos segundo algumas avaliações internacionais. A classificação de revistas cientificas é uma temática que apresenta diversas divergências, a depender da área de pesquisa, do grupo de estudo e de outros fatores, não sendo um consenso global, um único método de avaliação.

Os outros artigos foram publicados nas revistas: *Avances de Investigacion en Educacion Matematica* (Qualis A2); *Dialogia* (Qualis A4); *International Journal of Education in Mathematics, Science And Technology* (Qualis indefinido); *International Journal Of Educational Management* (Qualis A1).

Com relação aos autores, optou-se por analisar os que tinham mais de três publicações, no período em estudo (2018-2023) como se pode observar na Figura 1. Para esta análise observou-se a formação dos autores e as instituições onde trabalham, com o objetivo de percepcionar as redes colaborativas também entre as instituições.

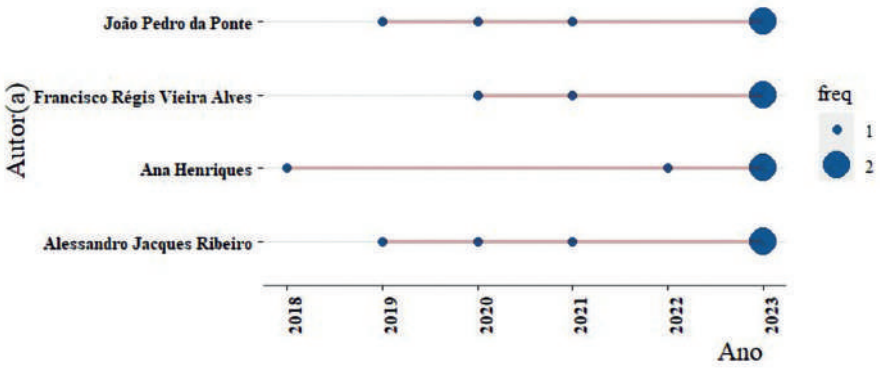


Figura 1. Produção por autores ao longo do tempo.

Destacam-se João Pedro da Ponte e Alessandro Jacques Ribeiro, com cinco produções cada um. Estes autores sempre aparecem em colaboração mútua nas produções analisadas. Isto pode indicar uma colaboração estável e linearidade relacionado à linha de pesquisa, e, simultaneamente promover maior aprofundamento em metodologias e temáticas. João Pedro da Ponte é doutor em Educação Matemática pela Universidade da Geórgia (EUA) e professor emérito do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, sendo também professor visitante em diversas universidades do Brasil, Espanha e EUA. Alessandro Jacques Ribeiro, professor associado da Universidade Federal do ABC é doutor em Educação Mate-

mática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo com estágio de Pós-Doutorado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Deste modo, é interessante ressaltar a importância do intercâmbio, para fortalecer a internacionalização das pesquisas, este pode ocorrer entre outros, durante a graduação, como a exemplo pelo programa Erasmus, no mestrado e doutorado pelo modelo de sanduíche, ou no pós-doutorado.

Ana Henriques, desenvolve pesquisas no contexto de colaboração, segundo esta metodologia, desde 2018, e foram observadas duas produções em 2023, totalizando quatro produções identificadas. Possui doutorado em Educação Matemática pela Universidade de Lisboa, assim como, é professora assistente no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IEUL). As produções desenvolvidas por esta pesquisadora apresentam colaboração com pesquisadores de diversas instituições brasileiras como o Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), Universidade Estadual do Centro Oeste (Unicentro), Instituto Federal Farroupilha e Faculdades Integradas de Taquara.

Outro pesquisador que apresentou interação acima de três produções foi o professor Francisco Régis Vieira Alves, que possui doutorado com ênfase no ensino de Matemática, pela Universidade Federal do Ceará, sendo professor titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). As pesquisas desenvolvidas por ele apresentam contribuições de investigadores da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD) e Universidade de Aveiro, ambas localizadas em Portugal.

Destaca-se com isso, o aperfeiçoamento docente e a rede colaborativa entre os docentes, em que o professor pode experimentar a interação com outros profissionais, os quais podem possibilitar a construção, ampliação e reorganização do saber docente (Pessim & Leite, 2020), por meio de temas que são emergentes durante as experiências compartilhadas entre a colaboração docente (Feio et al., 2022).

Deste modo, para dar seguimento ao estudo foi lançado um olhar aos títulos e resumos destas pesquisas. Assim, observou-se que a maioria explicitava a abordagem qualitativa (n=12), contudo de forma indireta, verificou-se uma predominância de pesquisas com abordagem qualitativa, mesmo que implicitamente. Com relação aos participantes foi identificado pesquisas com foco na formação inicial e continuada dos professores de matemática e professores que ensinam matemática.

Estas pesquisas abordavam temáticas relacionadas aos conteúdos de Raciocínio lógico, Álgebra, Sistemas lineares, Combinatória, Limites, dentre outros. Duas pesquisas estavam ligadas a sequência de Pandovan. Outros vocábulos estavam relacionados à "história da matemática", pois alguns estudos foram desenvolvidos durante as aulas desta componente curricular ofertado nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil (Alves et al., 2021; Vieira et al., 2020, 2023). Com relação ao lócus de desenvolvimento da pesquisa, observou-se que a maior parte estava centrada no Brasil.

Para realizar uma análise global em relação ao *corpus,* optou-se por traduzir o texto da pesquisa para a língua vernácula dos países antes de elaborar a nuvem de palavras, que

podemos observar na figura 2. Assim, com o intuito de reduzir a influência de termos identificados como base para esta pesquisa, retirou-se do *corpus* os termos, "professor" (*f*=104), "ensino" (*f*=55) e "matemática" (*f*=45), por entender que já se manifestam como a estrutura de pesquisa. Outro termo retirado da nuvem de palavras foi "estudo" (*f*=37), pois este vocábulo é indicado como sinônimo de pesquisa e investigação.

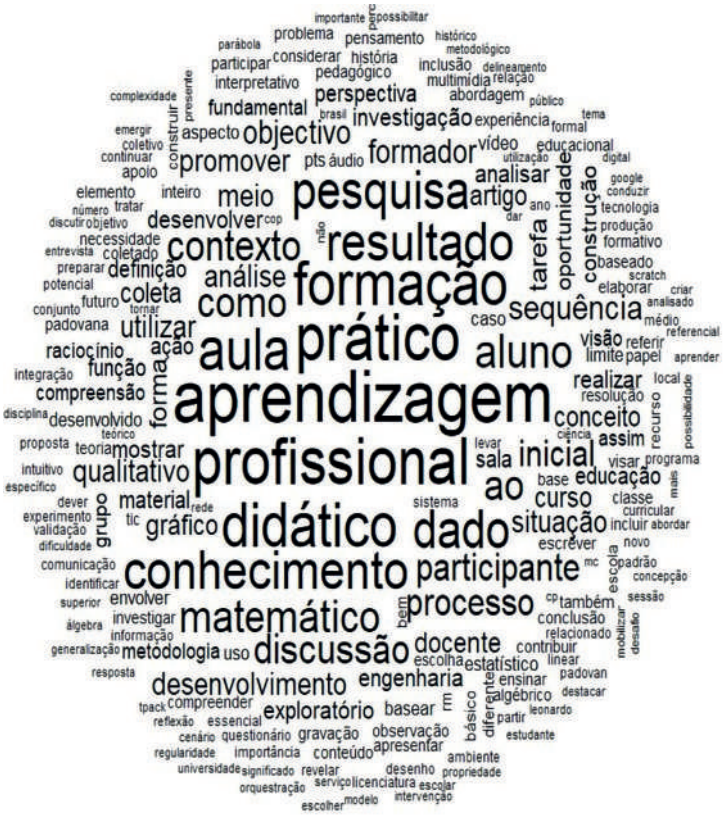


Figura 2. Palavras mais frequente nos resumos e títulos dos artigos.

Na figura 2, destacam-se na nuvem de palavras termos como "aprendizagem" (*f*=36) e "profissional". Estes termos são identificados separadamente como em "Raciocínio matemático na aprendizagem de sistemas lineares" (Henriques & Martins, 2022) e "Promovendo a visão profissional de futuros professores de matemática em uma discussão reflexiva de toda a classe contribuições de recursos digitais" (Rodrigues et al., 2022). Também se verificou que esses vocábulos emergem em conjunto, como em "Oportunidades de aprendizagem profissional para professores dos anos iniciais no ensino de álgebra" (Ferriera et al., 2023) e "Oportunidades de aprendizagem profissional em um programa de formação de professores baseado na prática sobre o conceito de função" (Ribeiro & Ponte, 2019). Deste modo, a junção deste termo gera uma nova expressão "aprendizagem profissional" que indica fatores que podem estar relacionados com saberes docentes e formação profissional (Tardif, 2014).

Em relação ao termo "prático" (*f*=32), flexão normalmente de práticas, ocorrida pela lematização, está ligada ao termo de ensino na prática, por meio de ações. Este vocábulo também se liga à locução "prática docente" e a "comunidade de prática". Na primeira expres-

são, prática docente, "constitui-se uma fonte de desenvolvimento da teoria pedagógico" (Madeira & Lima, 2010, p. 75). Neste sentido, oportuniza ao professor não só a divulgação do conhecimento científico no ambiente escolar, mas, especialmente, seu aperfeiçoamento para auxílio da compreensão realizada pelos alunos; em contrapartida, a prática favorece o crescimento profissional do professor.

Já a segunda, comunidade de prática, representa um grupo de pessoas, dentro e de fora das fronteiras de organizações formais, que compartilham um interesse, um problema que enfrentam regularmente, e que se unem para desenvolver conhecimento de forma a aprimorar uma prática em torno desse tópico. Este termo e seus conceitos (*Community of Practice* – CoP) surgiram a partir de um estudo realizado por Etienne Wenger e Jean Lave sobre modelos de aprendizagem (Moura, 2009), e podem ser realizados de forma presencial, virtual ou híbrido.

Outro termo em destaque, "didático" (*f*=30) estava ligado em algumas pesquisas ao princípio fundamental da didática, já em outras pesquisas estavam relacionadas a locução "engenharia didática". Esta temática é atualmente considerada uma importante metodologia de pesquisa ou desenho investigativo, desenvolvendo um expediente de análise e estudo do comportamento de alunos e professores, com interesse em modelar suas atividades durante o processo de aprendizagem (Vieira et al., 2020).

O termo "formação" (*f*=30) se liga principalmente a inicial, relacionando sobretudo com os cursos de licenciatura em matemática, nos quais alguns autores também utilizam termo como futuros professores, acadêmicos e licenciandos. Neste sentido, este vocábulo se apresenta em excertos como "uma investigação com engenharia didática em um curso de formação inicial de professores de matemática" (Vieira et al., 2023), "Compreendendo a definição formal de limites: um estudo na formação inicial de professores de matemática" (Fonseca & Henriques, 2018) e "Uma engenharia didática no processo de pesquisa da generalização da sequência Padovan uma experiência em um curso de formação inicial de professores" (Vieira et al., 2020).

Destaca-se que, embora os artigos sejam conduzidos por pesquisadores do Brasil e de Portugal poucos apresentam o contexto de análise intercultural, ou seja uma visão que pode lançar um olhar em relação as diferenças e semelhanças culturais dos sistemas de ensino entre duas ou mais nações. Esses estudos buscam compreender como as culturas interagem, se influenciam e se diferenciam em várias áreas, como valores, crenças, costumes, tradições, linguagem, comportamento social, sistemas de administração, entre outros aspectos.

O único artigo identificado com esta estrutura foi o desenvolvido por Manrique et al. (2019), que versa em relação "Percepções de professores sobre inclusão na escola básica", temática emergente na atualidade.

Conclusões

Este estudo proporcionou uma análise em relação as produções acadêmicas na temática de formação de professores de matemática, por meio de uma abordagem bibliométrica e qualitativa para situar o panorama atual das pesquisas. Observou-se uma concentração significativa de produções em revistas de alto impacto no contexto brasileiro, embora algumas avaliações de parâmetros internacionais possam apresentar divergências em relação a esse reconhecimento. A colaboração entre pesquisadores pode demonstrar a relevância do intercâmbio acadêmico, seja ele na graduação, ou pós-graduação, para o fortalecimento e internacionalização das pesquisas.

A análise dos títulos e resumos revelou uma predominância de estudos qualitativos, com foco na formação inicial e continuada de professores de matemática. Raciocínio lógico, Álgebra, Sistemas lineares, Combinatória e Limites emergiram como temáticas de estudo, refletindo a diversidade de abordagens e problemáticas investigadas. A ênfase na aprendizagem profissional e práticas docentes evidencia a preocupação em promover uma educação matemática de qualidade, alinhada às demandas contemporâneas para a formação inicial ou continuada do professor de matemática ou professor que ensina matemática.

No entanto, é importante ressaltar que poucos estudos abordaram uma perspectiva intercultural, o que poderia enriquecer a compreensão das dinâmicas educacionais em contextos diversos, como Brasil e Portugal. A inclusão dessa dimensão pode contribuir para uma análise mais ampla das práticas pedagógicas, considerando as influências culturais e as especificidades de cada contexto. Assim, sugere-se que futuras pesquisas explorem essa temática, visando uma compreensão mais profunda e contextualizada dos processos educacionais em ambientes multiculturais.

Agradecimentos

A presente pesquisa contou com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão (FAPEMA) e da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências bibliográficas

Bahishti, A. A. (2023). A Short Note on Scientific Research Methodologies. *International Journal of Methodology, 2*(1), 1–1. https://doi.org/10.21467/ijm.2.1.6867

Bizerril, M., Rosa, M. J., Carvalho, T., & Pedrosa, J. (2018). Sustainability in higher education: A review of contributions from Portuguese Speaking Countries. *Journal of Cleaner Production, 171*, 600–612. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.10.048

D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. Bolema: *Boletim de Educação Matemática, 29*(51), 1–17. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01

Demo, P. (2002). Cuidado metodológico: signo crucial da qualidade. *Sociedade e Estado, 17*(2), 349–373. https://doi.org/10.1590/S0102-69922002000200007

Demo, P. (2021). *Educar pela Pesquisa* (10th ed.). Autores Associados.

Feio, L. do S. R., Aguiar, R. F. de, Lima Sales, F. A. de, & Neres, R. L. (2022). Formação de professores de matemática na Amazônia Legal Brasileira: um olhar sobre os grupos de pesquisa. *Revista Prática Docente, 7*(Especial), 1-15. https://doi.org/10.23926/RPD.2022.v7.nEspecial.e22112.id1767

Fernandes, A. M., Bruchêz, A., D'Ávila, A. A. F., Castilhos, N. C., & Olea, P. M. (2018). Metodologia de Pesquisa de Dissertações sobre Inovação: Análise Bibliométrica. *Desafio Online, 6*(1), 141–159. https://doi.org/10.18226/610001/mostraxv.2015.112

Ferriera, M. C. N., Ponte, J. P., & Ribeiro, A. J. (2023). Professional Learning Opportunities for Teachers of the Early Years in Algebra Teaching: A Study on the Practice of a Teacher Educator. *Acta Scientiae, 25*(2), 1–32. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7367

Fonseca, V., & Henriques, A. (2018). Compreensão da Definição Formal de Limite: um estudo na formação inicial de professores de Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 32*(62), 1030–1049. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a14

Henriques, A., & Martins, M. (2022). Mathematical reasoning in linear systems learning: a higher education exploratory teaching experiment with prospective teachers. *Avances de Investigación En Educación Matemática, 21*, 65–85. https://doi.org/10.35763/aiem21.4238

Krainer, K., & Llinares, S. (2010). Mathematics Teacher Education. In *International Encyclopedia of Education* (pp. 702–705). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.00680-1

Latour, B. (1998). From the World of Science to the World of Research? *Science, 280*(5361), 208–209. https://doi.org/10.1126/science.280.5361.208

Madeira, M. Z. de A., & Lima, M. da G. S. B. (2010). O significado da prática docente na constituição do saber ensinar das professoras do Curso de Enfermagem da Universidade Federal do Piauí. *Texto & Contexto - Enfermagem, 19*(1), 70–77. https://doi.org/10.1590/S0104-07072010000100008

Manrique, A. L., Dirani, E. A. T., Frere, A. F., Moreira, G. E., & Arezes, P. M. (2019). Teachers' perceptions on inclusion in basic school. *International Journal of Educational Management, 33*(2), 409–419. https://doi.org/10.1108/IJEM-02-2018-0058

Mcclunie-Trust, P., Jones, V., Winnington, R., Shannon, K., Donaldson, A. E., Macdiarmid, R., Jarden, R. J., Turner, R., Merrick, E., & Andersen, P. (2022). Doing Case Study Research Collaboratively: The Benefits for Researchers. *International Journal of Qualitative Methods, 21*, 1-12. https://doi.org/10.1177/16094069221096296

McManus, C., Baeta Neves, A. A., Maranhão, A. Q., Souza Filho, A. G., & Santana, J. M. (2020). International collaboration in Brazilian science: financing and impact. *Scientometrics, 125*(3), 2745–2772. https://doi.org/10.1007/s11192-020-03728-7

Moura, G. L. (2009). Somos uma comunidade de prática? *Revista de Administração Pública, 43*(2), 323–346. https://doi.org/10.1590/S0034-76122009000200003

Pessim, M. O. S., & Leite, E. A. P. (2020). A avaliação e o erro no processo de ensino-aprendizagem na formação inicial e continuada de professores de matemática. *Revista Prática Docente, 5*(1), 544–562. https://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2020.v5.n1.p544-562.id611

Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. da. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function n. *Acta Scientiae, 21*(2), 49-74. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002

Ribeiro, R. A., Oliveira, L., & Furtado, C. C. (2019). Social Online Networks as Spaces of Knowledge Creation, Management, and Dissemination: The Brazilian and Portuguese Case of Researchers in Information Science. In L. Oliveira & A. Melro (Eds.), *Open and Social Lear-*

ning in Impact Communities and Smart Territories (pp. 159–186). IGI Global https://doi.org/10.4018/978-1-5225-5867-5.ch008

Rodrigues, R. V. R., Oliveira, H. M., & Cyrino, M. C. de C. T. (2022). Promoting Prospective Mathematics Teachers' Professional Vision on a Whole-class Reflective Discussion: Contributions of Digital Resources. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 10*(4), 773–794. https://doi.org/10.46328/ijemst.2181

Tardif, M. (2014). *Saberes docentes e formação profissional* (17th ed.). Vozes.

Vieira, R. P. M., Alves, F. R. V., & Catarino, P. M. M. C. (2020). A Didactic Engineering in the Research Process of the Generalization of the Padovan Sequence: An Experience in a Pre--Service Teacher Training Course. *Acta Scientiae, 22*(6), 110-136. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5795

Vieira, R. P. M., Alves, F. R. V., & Catarino, P. M. M. C. (2023). The Construction of Definitions Through Padovan's Combinatorial Model: An Investigation With Didactic Engineering in an Initial Education Course for Mathematics Teachers. *Acta Scientiae, 25*(6), 366–395. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7728

O Desenvolvimento do Conhecimento do Pensamento Computacional e da Prática Letiva no 3.º ciclo, através do Estudo de Aula

The Development of Knowledge of Computational Thinking and Teaching Practice in the 3rd cycle, through Lesson Study

Gláucia Pinto Rama[1], Marisa Quaresma[2], João Pedro da Ponte[3]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, glauciarama@edu.ulisboa.pt
[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, maquaresma@ie.ulisboa.pt
[3]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, jpponte@ie.ulisboa.pt

Resumo. *Esta comunicação tem como objetivo compreender o desenvolvimento do conhecimento do pensamento computacional e da prática letiva de professores do 8.º ano do ensino básico à luz das orientações curriculares para a aprendizagem da Matemática, através do estudo de aula. O software Scratch apoia este estudo como instrumento de aprendizagem na resolução de problemas e na promoção do pensamento computacional. A investigação é qualitativa e interpretativa com design de observação participante. Participam quatro professoras de Matemática, que lecionam no ensino básico, e a primeira autora, enquanto investigadora e formadora. O estudo de aula decorreu no ano letivo de 2023/2024, em que foram planeadas três aulas de investigação relativas ao tópico do pensamento computacional, lecionadas por uma das professoras participantes da pesquisa. As sessões deste processo formativo foram organizadas em cinco etapas: definição do problema, planeamento da aula de investigação, aula de investigação, reflexão pós aula e divulgação.*

Abstract. *This investigation aims to understand the development of knowledge of computational thinking and teaching practice of grade 8 basic education teachers in the light of curricular guidelines for learning mathematics, through lesson study. The Scratch software supports this study as a learning tool for problem solving and promoting computational thinking. The investigation is qualitative and interpretative with a participant observation design. The participants were four mathematics teachers, who teach in 3rd cycle, and the first author as a researcher and teacher educator. The lesson study took place in the 2023/2024 academic year, in which three research classes were planned regarding the topic of computational thinking, taught by one of the teachers participating in the research. The sessions of this teacher education process were organized into five stages: problem definition, research lessons planning, research lesson, post-lesson reflection and dissemination.*

Palavras-chave: Pensamento Computacional; Scratch; Prática letiva; Matemática; ensino básico.

Keywords: Computational Thinking; Scratch; Teaching practice; Mathematics; basic education.

Introdução

Lecionando em 2022 sob as diretrizes do Ministério da Educação da República Portuguesa, a primeira autora deparou-se com o documento curricular, Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico que apresenta o pensamento computacional (PC) como um dos objetivos gerais da aprendizagem da Matemática. Para Wing (2006), PC trata-se de uma capacidade matemática destacada, que envolve cinco práticas fundamentais: abstração, decomposição, reconhecimento de padrões, algoritmia e depuração. Assim, surgiu em minha experiência docente o interesse de incluir o PC como um dos objetivos curriculares, em vez de me limitar a utilizar recursos computacionais como ferramentas no ensino. Constatei a necessidade de compreender como promover nos alunos o desenvolvimento do PC. Da mesma forma, surgiu esta demanda na prática de outros professores já que esta é uma capacidade matemática recente nas Aprendizagens Essenciais e, portanto, pouco trabalhada tanto por alunos, quanto por docentes. O software Scratch também adquiriu destaque, como ferramenta computacional auxiliar e eficiente neste processo de aprendizagem.

Bocconi et al. (2022) divulgaram um estudo que mostra que, entre 29 países europeus, 18 Estados-Membros da UE (onde se inclui Portugal) e 7 outros países já introduziram conceitos básicos de ciência da computação em seu currículo, nomeadamente para promover o desenvolvimento de pensamento computacional. Este estudo também mostra que recrutar e formar professores para integrar o desenvolvimento do pensamento computacional em práticas educacionais constitui um forte desafio para ministérios e instituições de formação. Ponte e Oliveira (2002) indicam diversas vertentes do conhecimento profissional do professor de Matemática, mas para este estudo, um aspeto especialmente relevante é o conhecimento diretamente relacionado com a prática letiva. O Estudo de Aula (EA) permite o desenvolvimento gradual deste conhecimento nas diversas vertentes requeridas pelas orientações curriculares, como é o caso do PC. Por isso, promovi uma formação profissional sob o formato de EA e o apoio do *Scratch* como ferramenta de aprendizagem. Proporcionei o desenvolvimento do conhecimento do PC e da prática letiva de professores do 3.º ciclo do ensino básico à luz dos objetivos gerais da aprendizagem da Matemática, para responder à questão:

- Como é que em um EA com foco na resolução de problemas e no uso do Scratch, os professores do 3.º ciclo de Matemática podem desenvolver-se em relação: a) ao seu conhecimento do PC? b) à sua prática letiva referente ao PC?

Desenvolvimento docente através do EA

O conhecimento didático docente é tão relevante para a prática letiva, estando subjacente ao desempenho do professor, na conceção ou seleção das tarefas e na sua realização em sala de aula, e traz-lhe segurança, permitindo agir de acordo com o respetivo eu profissional e exercendo as suas preferências e prioridades (Canavarro, 2003). Os processos formati-

vos podem influenciar significativamente a prática letiva justamente porque promovem o desenvolvimento do conhecimento didático, a melhoria da comunicação matemática, a clareza no ensino e a colaboração dos docentes, bem como a atenção ao grau de desafio das tarefas propostas e a organização dos alunos na sala de aula (Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016; Souza, 2014).

O EA é um processo formativo que tem mostrado poder contribuir para uma efetiva transformação da prática letiva por meio do crescimento do conhecimento e competências profissionais (Ponte et al., 2016). Surgiu no Japão com o intuito de apoiar o desenvolvimento profissional dos professores e decorre no seu local de trabalho tendo em vista o aprimoramento da prática letiva. Fujii (2018) apresenta este processo de formação de professores dividido em cinco etapas, que têm sido usadas na organização dos estudos de aulas realizados em Portugal: definição do objetivo do estudo, planificação da aula, realização da aula de investigação, reflexão pós-aula e divulgação. Stigler e Hiebert (1999) enfatizam que o Japão conseguiu promover um sistema que desenvolve conhecimento sobre o ensino que é relevante para as salas de aula e compartilhável entre os docentes. Na sua perspetiva, através do processo de investigar aulas e compartilhar com os colegas o conhecimento adquirido, os professores contribuem para a base de conhecimento que define a profissão.

Fujii (2018) refere que o EA é um processo que apoia os professores a desenvolverem conhecimento sobre como ensinar aos alunos não apenas o conteúdo, mas também processos de pensamento e de resolução de problemas de modo a tornaremse pensadores independentes. Além disso, dá uma atenção tanto aos conteúdos a abordar no ensino como aos processos envolvidos na preparação, análise e reflexão sobre essas práticas. Valoriza, sobretudo, a resolução de problemas nas tarefas propostas nas aulas de investigação. O autor salienta ainda que promover o ensino através da resolução de problemas cultiva hábitos mentais dos alunos quanto à forma de pensar ou atitudes para chegar a uma solução matemática. O PC tem como principal característica a formulação de problemas e suas soluções, compatibilizando-se perfeitamente às tarefas propostas nas aulas de investigações dos EA. Acrescenta-se a este modelo de ensino, para adequar-se às especificidades do PC, tarefas em que um computador possa, se for preciso, ser utilizado para representar o problema e obter a sua solução. Assim, para favorecer o desenvolvimento do PC, surgem ferramentas que apoiam este processo. Pontua-se o *Scratch*, como um *software* muito conhecido na comunidade de educação matemática que está sendo utilizado de maneira bem-sucedida para esta finalidade.

Ensino do PC com o apoio do Scratch

Existe um escasso número de investigações que utilizaram *Scratch* no ensino de Matemática, e ainda menos estudos utilizando o EA para professores interessados em aprender sobre esse tema. Sendo o PC uma nova capacidade no currículo escolar do ensino da Matemática em Portugal, é de esperar que existam poucas investigações sobre este assunto até o momento. Mas esta capacidade mostra grande potencial para ser explorada no ensino da Matemática nos próximos anos devido à estreita relação da resolução de problemas matemáti-

cos com o PC (Wing, 2006). Shute et al. (2017) descrevem o PC como sendo semelhante ao pensamento matemático, já que utiliza a resolução de problemas e justificação. De forma a explorar esse campo, Barcelos et al. (2018) apresentam uma revisão de literatura de 2008 a 2017, em que as atividades didáticas dos estudos analisados desta área, estavam relacionadas com conteúdos matemáticos, utilizando diversas ferramentas computacionais. Afirmam que há um grande potencial no desenvolvimento de conceitos computacionais e utilização de ferramentas virtuais que apoiam o ensino de Matemática.

Valente (2019) faz uma análise em documentos publicados pela Comunidade Europeia que mostra que existe uma grande preocupação em criar propostas e materiais para apoiar a introdução das tecnologias digitais na educação dos países membros. Este trabalho tem uma fundamentação teórica baseada no PC com a finalidade de disseminar diferentes propostas no âmbito educacional. Sugere o *Scratch* como uma das principais formas de se explorar o PC por meio de atividades que permitem desenvolver as suas práticas, sem enfatizar a aprendizagem da linguagem de programação. Pelo seu lado, segundo Moreno-León et al. (2017), com o *Scratch* é possível estabelecer roteiros partindo de projetos simples e chegando a projetos mais complexos. Os autores indicam que o desempenho dos alunos nesta capacidade mostra-se elevado, tendo em vista as características do *software*, em particular, o seu aspeto visual atrativo e a sua fácil manipulação. Os autores também enfatizam um aspeto de grande importância para o ensino da Matemática que a utilização do *Scratch* permite: trabalhar as práticas do PC por meio dos seus comandos, desempenhando um papel de ponte para o desenvolvimento desta capacidade. A Tabela 1 especifica a relação direta que os comandos do **Scratch** possuem com as práticas do PC:

Tabela 1. Ferramentas do Scratch relacionadas com as práticas do PC.

Fonte: Moreno-Leon (2017); Canavarro et al. (2021).

Práticas do Pensamento Computacional	Nível Básico	Nível em Desenvolvimento	Nível Proficiente
Decomposição	mais de um código e mais de um ator 2 códigos na bandeira verde	procedimentos (definição de blocos) 2 códigos para determinada tecla ou ator clicados	2 códigos no recebimento da mensagem ou na troca de plano de fundo
Reconhecimento de padrões	Sequência de blocos Variáveis	Controlo (repetir n vezes; repete para sempre)	Controlo (até que … repete)
Abstração	Aparência	Movimento Som	Controlo (uso de clones)
Algoritmia	Sensores Operadores básicos (adição, subtração, multiplicação, divisão)	Controlo (se…; se … então; se… então… senão…) Operadores lógicos (maior, menor, igual)	Operadores lógicos (… e …, … ou …, é falso que …) Controlo (espera até que …)
Depuração	Eventos (quando alguém clicar em bandeira verde; quando alguém clicar em ti; quando pressionar a tecla…)	Eventos (quando o cenário mudar para…; quando receberes a mensagem…)	Eventos (quando o valor do sensor…)

Metodologia

A metodologia adotada é qualitativa, seguindo o paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994), tendo o objetivo de responder as questões de pesquisa tendo em conta as perspetivas dos seus participantes. O design deste estudo foi de observação participante (Jorgensen, 1989), em que eu assumi o papel de formadora, que em conjunto com os professores, descrevíamos os acontecimentos, os atores envolvidos, o local da pesquisa, os momentos de ocorrência dos fenómenos e o ponto de vista dos participantes relevantes para o contexto de aprendizagem. Os participantes foram quatro professoras do 3.º ciclo do ensino básico de Matemática de uma escola pública da região de Lisboa. Este estudo decorreu na escola em que os docentes trabalham, onde observei os fenómenos e o ambiente onde ocorreram, descrevi as suas reflexões e suas relações de colaboração, bem como os acontecimentos das sessões de trabalho e das aulas de investigação.

O EA ocorreu no ano letivo de 2023/2024, seguindo as etapas indicadas por Fujii (2018), as quais foram divididas em doze sessões de trabalho, com aproximadamente 2 horas cada, conforme a Tabela 2. Uma das participantes, a Prof.ª Lara, lecionou três aulas de investigação a uma turma de alunos do 8.º ano. A seguir de cada aula de investigação houve uma discussão detalhada entre as quatro participantes para exporem suas observações da aula lecionada, verificando se o objetivo da aula foi atingido conforme o planeamento e como foram solucionados imprevistos ocorridos. A última sessão também teve a finalidade de analisar com as professoras sobre a forma como desenvolveram conhecimento sobre PC e o seu ensino.

No que respeita à recolha de dados, utilizei os seguintes procedimentos: duas entrevistas semiestruturadas aos professores, nomeadamente antes e após o EA; observação direta das sessões do EA, incluindo as aulas de investigação; recolha documental das tarefas produzidas durante o EA. As informações da observação direta, foram recolhidas com anotações em um diário de bordo e gravações de áudio e vídeo. Fiz gravações áudio em todas as sessões do EA. Nas aulas lecionadas, também houve gravações de vídeo para poder identificar as falas dos alunos e facilitar o acesso dos docentes aos acontecimentos das aulas de investigação nas sessões de trabalho dedicadas às reflexões. Descrevi o conhecimento profissional que foi mobilizado para o desenvolvimento da prática letiva no âmbito do PC, através das tarefas realizadas que utilizaram o *Scratch* e das ações dos professores.

Usando análise de conteúdo (Bardin, 1979), explorei os dados de forma indutiva, reformulando e ajustando os procedimentos de análise de dados para identificar nas reflexões dos professores durante o estudo de aula, a dinâmica do processo e do conteúdo, bem como o seu conhecimento e prática letiva relativamente ao PC. Analisei as tarefas resolvidas e elaboradas no *Scratch* para indicar a evolução deste conhecimento. Considerei o envolvimento das professoras que é objeto de estudo na preparação, condução da aula e reflexão próprios deste processo formativo. Interpretei acontecimentos importantes, dado o contexto, o momento do fenómeno social, a compreensão do mundo particular dos participantes, as relações entre participantes e entre estes e a investigadora (Jorgensen, 1989).

Tabela 2. Etapas do Estudo de Aula

Identificar o problema	– Apresentar o EA aos professores participantes e decidir a calendarização das sessões. – Analisar um artigo referente ao EA em contextos semelhantes (Ponte et al., 2016). – Analisar as Aprendizagens Essenciais do respetivo ano letivo, particularmente no domínio do PC e decidir quais serão os tópicos matemáticos a abordar. – Resolver e analisar tarefas referentes ao PC com o uso do Scratch.
Planificar as aulas de investigação	– Refletir em como a colaboração entre o grupo dos professores está contribuindo no desenvolvimento do conhecimento didático e específico do PC (Richit, A. & Ponte, J. P., 2019). – Explorar e analisar as ferramentas do Scratch por meio de tarefas com o objetivo de entender as principais características do software e suas funcionalidades, relacionando com as práticas do PC segundo as Aprendizagens Essenciais (Moreno-León et al., 2017). – Elaborar três planos de aulas com uma tarefa de matemática que favoreça o desenvolvimento das práticas do PC, por meio do Scratch. Explicitar as estratégias para as possíveis resoluções e antecipação de dificuldades dos alunos. Organizar o tempo de cada aula em três fases: apresentação, trabalho autônomo e discussão coletiva. Indicar também nos planos de aulas as referências das tarefas elaboradas, os conteúdos, os domínios e os descritores das metas curriculares. – Preparar o processo de observação de aula, explicitando o papel do observador nas aulas de investigação.
Aulas de investigação	– Lecionar três aulas para uma turma do 8.º ano do ensino básico, tendo como base os planos de aulas elaborados nas sessões anteriores; em cada aula há uma tarefa com o objetivo de aprendizagem do PC sob o foco em resolução de problemas com o apoio do Scratch: – 1.ª aula: familiarização com as ferramentas do Scratch e compreensão da relação das práticas do PC com alguns blocos do software; – 2.ª aula: iniciar o ensino do tema de Dados no Ensino Básico, especificamente média aritmética; – 3.ª aula: calcular a média ponderada a partir das notas dos alunos dos Testes, Mini-testes, Observação de Aula (OA) e Avaliação Oral (AO) na disciplina de Matemática.
Reflexão pós-aula Revisão dos planos das próximas aulas	– Discussão aprofundada sobre a aula de investigação dada, comparando com as planificações elaboradas. As aulas de investigações e as discussões pós-aula são intercaladas. – Visualização de recortes dos vídeos da aula de investigação que aconteceu na sessão anterior e discussão sobre as principais dificuldades dos alunos, a eficácia da tarefa escolhida e as estratégias que os alunos usaram para suas resoluções. – Reflexão sobre aspetos positivos e negativos dos planos de aulas anteriormente elaborados, indicando possíveis modificações para o aperfeiçoamento da próxima aula de investigação. – Reflexão sobre o desenvolvimento da prática letiva dos professores proporcionado pela formação no contexto de um EA.
Divulgação	– Divulgação da experiência, nomeadamente SIEM.

Este estudo foi fundamentado nos princípios e orientações da Carta Ética para a Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (Instituto de Educação, 2016) para garantir a proteção dos participantes da pesquisa contra possíveis danos.

Resultados

Durante a fase de planificação do EA, na quarta sessão, analisamos algumas tarefas no *Scratch*. Uma delas foi a simulação de um dado, conforme a figura 1 mostra a primeira sugestão de resolução dada por mim, como formadora. O principal objetivo foi a familiarização com algumas das categorias das ferramentas do *software*: aparência, eventos, controlo, sensores, variáveis e operadores.

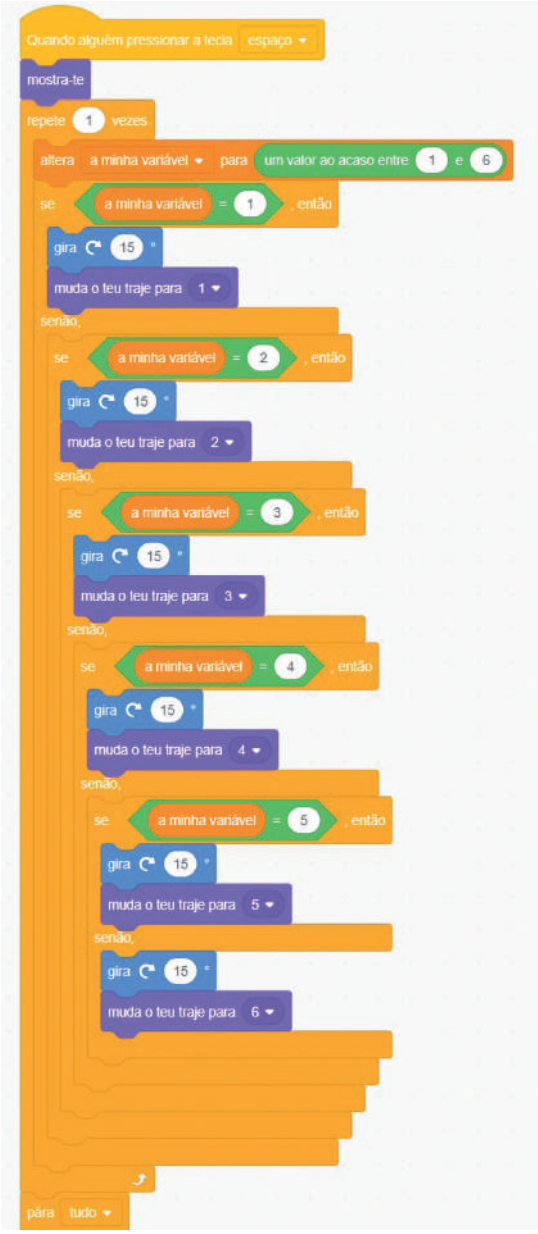


Figura 1. Figura de um dado - 1a versão.

Em cada uma das divisões das condicionais estabelecidas pelos blocos "se…senão", há o bloco "gira 15º", seguido pelo bloco "muda o teu traje para 1, 2, 3, 4, 5, ou 6". Uma participante perguntou por que o "gira 15º" estava associado ao número de pintas que iria aparecer? Sugeriu que este bloco estivesse antes do primeiro "se" e apenas uma vez. A

Prof.ª Ana reconheceu a propriedade dissociativa na resolução desta tarefa ao isolar o fator comum, "gira 15º", antes de iniciar o processo da condicional. Além disso, a Prof.ª Rita também aperfeiçoou esta solução, ao dizer que os blocos "repete 1 vez" e "mostra-te" não eram necessários. As participantes depuraram seus códigos atendendo à estas sugestões com sucesso. Porém só foi possível chegarem a uma solução mais otimizado, conforme demonstrado na figura 2, após algum tempo que nos dispusemos a estudar e compreender como este problema pode ser resolvido de formas diferentes.

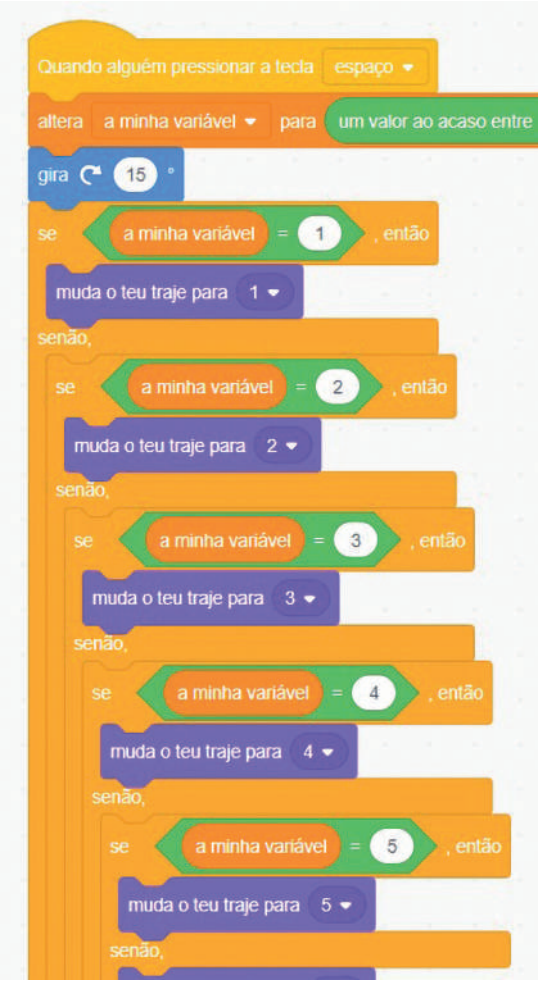


Figura 2. Simulação de um dado - 2a versão.

Não foi necessário que as professoras tivessem conhecimento aprofundado de linguagem de programação, tendo usado os seus conhecimentos prévios em resolução de problemas para esta tarefa. Neste caso, o conhecimento necessário exigido deu-se no âmbito de resolução de problemas matemáticos aplicados aos comandos do Scratch. Foi preciso investir tempo em um processo de formação, para as professoras familiarizaremse com as categorias dos comandos do Scratch e aprofundarem o conhecimento das práticas do PC. Compreenderam nesta sessão que, enquanto a Matemática diz muito respeito ao rigor, a linguagem de programação preocupa-se predominantemente com a eficiência da resolução do problema (Ng, Leung & Ye, 2023). Neste caso, a discussão desta sessão levou-as a verificar

que a resolução de problemas na especificidade do PC quando feita de forma mais concisa facilita a aprendizagem, já que são necessários menos processos (no caso do Scratch, menos blocos) que exijam a sua compreensão.

A Prof.ª Ana pontuou também como uma simples tarefa no Scratch pôde impulsionar o desenvolvimento das capacidades transversais identificadas nas Aprendizagens Essenciais (p. 5), nomeadamente: colaboração, perseverança, espírito crítico, valorização da Matemática, autorregulação, iniciativa e autonomia, criatividade e autoconfiança. Segundo ela, o espírito crítico foi fundamental para reformular o algoritmo para "dar a volta à situação" de forma mais eficiente. A Prof.ª Rita indagou que a autonomia, perseverança, iniciativa, e autoconfiança também se mostraram presentes para a execução da tarefa devido aos desafios apresentados poderem ser superados com a aprendizagem dos comandos do Scratch. Contudo, especialmente o ambiente colaborativo entre as professoras propiciou que elas tivessem à vontade para questionar a necessidade do uso dos blocos "repete uma vez" e "mostra-te" para, em conjunto, decidirem que fazer um código mais eficiente para facilitar o ensino do PC a seus alunos. Estas reflexões desenvolveram a prática letiva das professoras porque influenciaram nas planificações das tarefas das aulas de investigação, tanto na sua elaboração, quanto com relação às antecipações que foram feitas das soluções dos alunos com diferentes níveis de eficiência.

Entretanto, a fase seguinte do EA, onde ocorreram as aulas de investigação, mostrou que havia espaço para as professoras desenvolverem a prática letiva referente ao PC, ainda no que diz respeito a códigos mais eficientes para a resolução de problemas. A tarefa da 3.ª aula de investigação consistia em calcular uma média ponderada a partir das notas dos TESTES, MINITESTES, Observação de Aula (OA) e Avaliação Oral (AO) na disciplina de Matemática. Os alunos deveriam completar o guião, conforme a figura 3.

Contudo, apesar de durante a planificação termos previsto algumas soluções diferentes para esta tarefa, não previmos que algum aluno quisesse reformular até mesmo o algoritmo do guião. A Prof.ª Lara percebeu que o aluno Pedro fez a ponderação da média dos Testes e dos Minitestes antes do algoritmo calcular a média final. Ou seja, o operador dividia a variável "SOMA dos TESTES" por "N.º de TESTES" e já multiplicava por 0,25, da mesma forma que o cálculo da "MÉDIA dos MINITESTES" também usava esta organização. Durante o trabalho autónomo da aula de investigação, ela procurou levar Pedro a voltar a fazer como estava no guião. Sugeriu que ele fizesse o cálculo da ponderação por último, na "MÉDIA FINAL", para que a sua solução estivesse dentro da previsão do plano desta aula. Então o aluno, apesar de não ser incentivado, disse-lhe que iria tentar seu método e que se sua depuração não fosse bem-sucedida, voltava à forma inicial do guião. O seu algoritmo depurou perfeitamente, apresentando uma nova solução para esta tarefa. Pedro foi convidado pela Prof.ª Lara a participar na discussão coletiva para apresentar a sua resolução. Sua apresentação mostrou aos colegas que a forma que pensou facilitou o cálculo da média final, porque a ponderação da média dos Testes e dos Minitestes tinha sido feita anteriormente, logo quando estas variáveis foram geradas, conforme figura 4.

Figura 3. Cálculo de média ponderada.

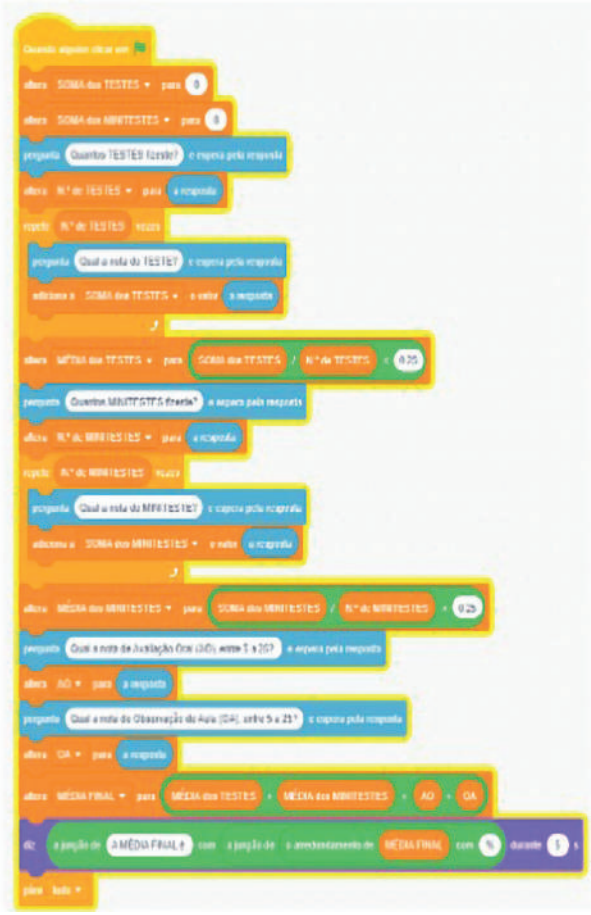


Figura 4. Resolução de Pedro.

Na próxima etapa do EA, houve a seguinte reflexão da Prof.ª Lara: -

> "Eu encontro semelhança do uso do Scratch com o ensino da matemática porque muitas vezes temos um programa que funciona e é como ter um procedimento que resolve um problema. Mas depois, alguém que pensou em outro processo que é muito mais eficiente, mais limpo porque implica menos linhas de escrita, resolve mais diretamente o assunto. Isso acontece também na resolução de problemas. Muitas vezes nós temos procedimentos que nos conduzem à resposta, só que são procedimentos que valem, mas quando comparados com outros, são mais complicados. Acontece-nos muito em aula. Nós levamos a aula alinhada com uma determinada resposta, mas depois há um ou outro aluno que se lembra de algo que ninguém pensou, é valido ou é significativamente melhor. Comparamos procedimentos para escolher o que é mais eficiente. O Scratch expos isso à transparência quando tivemos a terceira aula."

Conclusão

Devido à necessidade de o professor ter conhecimento consistente do PC para o seu ensino, as diferentes fases deste EA contribuíram para o aprofundamento desta capacidade dos participantes nas suas sessões, assim como o desenvolvimento da prática letiva neste aspeto. Por meio das tarefas analisadas durante as sessões de planificação das aulas de in-

vestigação, as docentes exploraram as ferramentas do Scratch: movimento, aparência, som, eventos, controlo, sensores, operadores, variáveis e os meus blocos. Com isso, foi possível compreender como estas funcionalidades são úteis para desenvolver as práticas do PC, já que estão diretamente relacionadas com a resolução de problemas, permitindo planear aulas com o mesmo objetivo. Em um ambiente colaborativo, as professoras consideraram que os diferentes níveis de eficiência nas soluções do Scratch deveriam ser discutidos durante a aprendizagem dos alunos, influenciando especialmente a antecipação das suas respostas nas planificações. Este contexto proporcionado também pelas fases seguintes do EA ainda favoreceu:

- o aluno dizer que tem um método otimizado para resolver a tarefa, mesmo que mude o guião;
- a Prof.ª Lara aceitar esta solução, chamando o aluno para expô-la à turma como solução mais eficiente que a proposta no enunciado da tarefa;
- a Prof.ª Lara exprimir na reflexão pós-aula, diante dos outros participantes, que muitas vezes os alunos trazem uma solução mais eficiente que as planeadas pelos professores para a resolução de uma tarefa, que merecem ser discutidas com o restante da turma para facilitar a aprendizagem.

Em suma, tal como referido por Richit e Ponte (2019) por meio da colaboração as professoras realizaram "uma negociação cuidadosa, tomada conjunta de decisões, comunicação efetiva e aprendizagem mútua num empreendimento que se foca na promoção do diálogo profissional" conduzindo ao desenvolvimento do conhecimento e prática letiva promovido nas diferentes fases do EA.

Referências

Barcelos, T. S., Munoz, R., & Villarroel, R. (2018). Mathematics Learning through Computational Thinking Activities: A Systematic Literature Review. *Journal of Universal Computer Science, 24*(7), 815–845. https://www.researchgate.net/publication/326894640

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo.* Edições 70.

Bocconi, S., Chioccariello, A., Kampylis, P., Dagienė, V., Wastiau, P., Engelhardt, K., Earp, J., Horvath, M., Jasutė, E., Malagoli, C., Masiulionytė-Dagienė, V., & Stupurienė, G. (2022). In A. Inamorato dos Santos, R. Cachia, N. Giannoutsou, & Y. Punie (Eds.), *Reviewing computational thinking in compulsory education: State of play and practices from computing education Publications Office of the European Union*. https://doi.org/10.2760/126955

Bogdan, RC., & Biklen, S.K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa.

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M.J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021). *Aprendizagens Essenciais.* DGE.

Copur-Gencturk, Y., & Papakonstantinou, A. (2016). Sustainable changes in teacher practices: a longitudinal analysis of the classroom practices of high school mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 19*(6), 575–594. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9310-2

Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: The two wheels of a cart. Em M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J.P. Ponte, A. Ní Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 1–21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1

Jorgensen, D.L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Sage.

Moreno-León, J., Harteveld, C., Román-González, M., & Robles, G. (2017). On the automatic assessment of computational thinking skills: a comparison with human experts. *Conference on Human Factors in Computing Systems Proceedings, Part F127655*, 2788–2795. https://doi.org/10.1145/3027063.3053216

Ng, O., Leung, A. & Ye, H. (2023). Exploring computational thinking as a boundary object between mathematics and computer programming for STEM teaching and learning. *ZDM Mathematics Education, 55*, 1315–1329. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01509-z

Ponte, J.P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da Identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação, 11*(2), 145–163.

Ponte, J.P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. *Bolema Mathematics Education Bulletin, 30*(56), 868–891. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01

Richit, A., & Ponte, J.P. (2019). A colaboração profissional em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *Bolema, Mathematics Education Bulletin, 33*(64), 937-962. Doi: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a24

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying Computational Thinking. Educational. *Research Review, 22*, 142–158. http://www.elsevier.com/open-access/userlicense/1.0/

Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world´s teachers for improving education in the classroom.* Free Press.

Valente, J. A. (2019). Pensamento Computacional, Letramento Computacional ou Competência Digital? Novos desafios da educação. *Educação e Cultura Contemporânea, 16*(43). https://doi.org/10.5935/2238-1279.20190008

Wing, J.M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM, 49*(3), 33–35. https://doi.org/https://doi.org/10.1145/1118178.11182151

O desenvolvimento da prática de professores de matemática do 3.º ciclo através do estudo de aula: papel do facilitador e perspetiva dos participantes

The development of 3rd cycle mathematics teachers practice through lesson study: facilitator role and perspective of participants

Arminda Pereira[1], *Marisa Quaresma*[2], *João Pedro da Ponte*[3]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa e Escola Básica de Alfornelos, *armindapereira@edu.ulisboa.pt*

[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *maquaresma@ie.ulisboa.pt*

[3]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *jpponte@ie.ulisboa.pt*

Resumo. *Esta comunicação tem como objetivo compreender, no estudo de aula, o papel do facilitador e a perspetiva dos participantes, professores de Matemática do 3.º ciclo. Assim, pretendemos discutir o papel do facilitador no desenvolvimento da prática letiva dos participantes e na condução do estudo de aula e as dificuldades, os benefícios e os desafios que, na perspetiva dos participantes, favorecem ou dificultam o seu envolvimento no estudo de aula. Os dados foram recolhidos por observação participante com a elaboração de um diário de bordo, recolha de documentos, gravação vídeo e áudio das sessões de trabalho, das aulas de investigação e de entrevistas. A investigação é qualitativa e interpretativa com design de observação participante, estudo de caso e autoestudo. Participaram cinco professores de Matemática, que lecionam o 3.º ciclo do ensino básico, e a primeira autora, que dinamizou o estudo de aula. O estudo de aula decorreu no ano letivo de 2023/2024, em que foi planeada uma aula de investigação sobre expressões algébricas e equações.*

Abstract. *This communication aims to understand, in lesson study, the facilitator role and the perspective of the participants, 3rd cycle mathematics teachers. Therefore, we intend to discuss the role of the facilitator in developing the participants' teaching practice and conducting lesson study and the difficulties, benefits and challenges that, from the participants' perspective, favor or hinder their involvement in lesson study. Data were collected through participant observation with the creation of a logbook, collection of documents, video and audio recording of work sessions, research lessons and interviews. The investigation is qualitative and interpretative with participant observation, case study and self-study design. Five mathematics teachers participated, who teach the 3rd cycle of basic education, and the first author, who facilitated the lesson study. The lesson study took place in 2023/2024, in which a research lesson on algebraic expressions and equations was planned.*

Palavras-chave: Autoestudo; Desenvolvimento Profissional; Estudo de Aula; Facilitador; Prática Letiva

Keywords: Self-study; Professional Development; Lesson Study; Facilitator; Teaching Practice.

Introdução

Os sistemas educativos em todo o mundo estão em constante reforma numa tentativa de responder às necessidades da sociedade em permanente mudança. O professor é fundamental na concretização de tais mudanças (Lewis & Perry, 2017). Para tal, são necessários modelos de desenvolvimento profissional que favoreçam o desenvolvimento de uma cultura profissional mais reflexiva e colaborativa, centrada na prática e que apoie de modo efetivo a mudança de práticas, facilitando aos professores a análise e reflexão sobre a sua prática de ensino durante um período prolongado (Dudley, 2011; Dudley et al., 2019; Gutierez, 2016; Murata et al., 2012). O estudo de aula atende a esses critérios na medida em que incorpora a "aprendizagem dos professores no seu trabalho quotidiano . . . aumentando a probabilidade de que a sua aprendizagem seja significativa" (Fernandez et al., 2003, p. 171).

Esta comunicação decorre de um projeto de investigação de doutoramento em curso que, entre outros objetivos, pretende compreender, no estudo de aula, o papel do facilitador e a perspetiva dos participantes, professores de Matemática do 3.º ciclo. Para isso, nesta comunicação procuramos responder às seguintes questões:

1. Qual o papel do facilitador no desenvolvimento da prática letiva dos participantes e na condução do estudo de aula?
2. Qual a perspetiva dos participantes sobre o estudo de aula?

Estudo de aula

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional usado há mais de um século no Japão e é reconhecido por professores e educadores por apoiar mudanças profundas no ensino (Takahashi & McDougal, 2018). Para os educadores japoneses, o estudo de aula é como o ar que respiram, é tão natural que têm dificuldade em identificar as suas características mais importantes (Fujii, 2015).

Podemos dizer que o estudo de aula envolve quatro momentos principais: definição do problema, estudo curricular e planificação, observação e reflexão (Ponte et al., 2016). Assim, no estudo de aula, um pequeno grupo de professores, trabalhando colaborativamente, começa por identificar as dificuldades usuais dos alunos num determinado tema ou questão relacionada com um objetivo curricular. Uma vez identificado o problema, os professores começam por estudar as orientações curriculares e analisam as estratégias e materiais pedagógicos disponíveis sobre o problema escolhido e estudam os materiais procedentes da investigação educacional que ajudem a perspetivar as dificuldades dos alunos e possíveis formas de as ultrapassar (Ponte et al., 2016).

De seguida, procede-se ao planeamento detalhado de uma aula, a aula de investigação, que é lecionada por um dos professores e observada pelos restantes que centram a sua atenção no trabalho dos alunos, nas suas estratégias e dificuldades, e não na atividade do professor (Ponte et al., 2016).

Após a aula, o grupo de professores faz uma reflexão conjunta analisando os acontecimentos ocorridos e procurando saber em que medida as aprendizagens pretendidas foram ou não conseguidas (Ponte et al., 2016).

A perspetiva dos professores participantes

As perspetivas dos participantes sobre o estudo de aula podem variar, dependendo das experiências individuais de aprendizagem e das suas expectativas em relação ao processo de estudo. Em geral, as perspetivas dos participantes sobre o estudo de aula são positivas e enfatizam o envolvimento e o comprometimento, a reflexão, a colaboração, os desafios e o impacto na aprendizagem dos alunos (Cajkler et al., 2015; Richit & Ponte, 2019; Richit, Ponte & Quaresma, 2021).

Cajkler et al. (2015) analisaram a perspetiva dos participantes sobre o estudo de aula e a sua utilidade como um veículo para o desenvolvimento profissional. Neste estudo, os professores destacaram como benefícios: maior colaboração entre os professores, maior compreensão sobre os alunos e maior disposição e confiança para se afastarem das abordagens lideradas pelo professor. Todos os professores mencionaram que identificaram algum impacto de longo prazo na sua prática profissional. A colaboração durante o planeamento da aula permitiu que todos os participantes partilhassem ideias, pensamentos, recursos e promovessem a reflexão, o que levou à discussão dos desafios enfrentados pelos alunos e ao ensaio de abordagens de ensino.

Em contraponto, Cajkler et al. (2015) indicam que participar em estudos de aula pode exigir um grande esforço da parte dos professores, que nem sempre é reconhecido como um componente importante do desenvolvimento profissional. De facto, todos os participantes do estudo referiram que o tempo é um dos principais desafios enfrentados pelos professores, pois a participação em estudos de aula exige tempo para planeamento, execução, reflexão e discussão.

O papel do facilitador na liderança do estudo de aula

O estudo de aula representa um afastamento significativo dos processos de desenvolvimento profissional que posicionam os professores como recetores do conhecimento especializado transmitido pelos formadores de professores e, como tal, apresenta desafios para os facilitadores que nunca experimentaram este tipo de processo formativo (Lewis, 2016).

A realização de um estudo de aula de alta qualidade requer facilitação competente. Em contextos como Portugal, onde esta forma de desenvolvimento profissional é relativamente nova, poucos formadores de professores experimentaram o estudo de aula como professores participantes, de modo que, quando assumem o papel de facilitadores em estudos de aula, estão a iniciar uma nova prática complexa sem experiência anterior.

Embora existam muitas investigações a respeito do estudo de aula, tem sido dada pouca atenção à figura do facilitador. Contudo, começam a surgir algumas preocupações levan-

tadas por investigadores sobre o que os facilitadores fazem e por que o fazem nas sessões de estudo de aula (Amador & Carter, 2016; Coles, 2013; Lewis, 2016). Efetivamente, desde 2019, o papel do facilitador tornou-se um assunto de destaque (Clivaz & Clerc-Georgy, 2020; De Vries & Uffen, 2020; Grigioni Baur & Hoznour, 2019; Morago & Grigioni Baur, 2020). Apesar de estudos recentes captarem aspetos da facilitação, é necessário explorar e definir como são conduzidas as sessões de estudo de aula.

O papel do facilitador é estabelecer um ambiente seguro e motivador para que os participantes possam partilhar ideias, debater e aprender juntos. As suas funções incluem o planeamento e preparação das sessões, orientação, propostas para a organização do trabalho coletivo e individual, facilitação de discussões, bem como o fornecimento de suporte e desafio para que os participantes assumam riscos na sua prática letiva.

Metodologia

Neste estudo foi utilizada uma abordagem metodológica de natureza qualitativa, com base num paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). A investigação foi realizada na escola, o local habitual de trabalho dos professores, onde foram observados os fenómenos e o ambiente onde ocorrem, a primeira autora falou com os participantes, procurando compreender o significado das suas ações, e foram recolhidos os documentos produzidos nas sessões de trabalho e na aula de investigação (Bogdan & Biklen, 1994; Erickson, 1986; Patton, 2002). Os dados são, essencialmente, descritivos tendo em vista compreender o papel do facilitador e a perspetivas dos participantes sobre o estudo de aula.

Esta investigação segue um design de observação participante pois pretende-se compreender como os participantes constroem e negoceiam significados no ambiente em que estão inseridos, como se relacionam e como essas interações contribuem para as suas experiências. Ao posicionar-se socialmente no contexto dos participantes, o investigador procura obter uma compreensão mais profunda e contextualizada das vivências dos participantes, observando em tempo real as interações, comportamentos, processos, contextos sociais, linguagem utilizada e outros elementos que influenciam essas vivências (Jorgensen, 1989).

Para compreender a perspetiva dos participantes, durante as sessões de estudo de aula, a primeira autora, enquanto facilitadora, observou as suas reações, comportamentos e interações. A realização de entrevistas individuais proporcionou um espaço para que os participantes expressassem as suas opiniões, experiências, desafios enfrentados, perspetivas sobre o estudo de aula e perceções sobre o papel da facilitadora. Isso permite compreender as suas necessidades, expectativas, pontos fortes e áreas de melhoria em relação ao seu desenvolvimento profissional.

Para compreender o papel da facilitadora na condução do estudo de aula a primeira autora investigou a sua prática. Através do autoestudo refletiu sobre a sua prática, explorou e analisou o papel da facilitadora, bem como identificou oportunidades de melhoria.

Neste estudo, a equipa de trabalho foi constituída por cinco professores de Matemática que lecionam o 3.º ciclo de uma escola do distrito de Lisboa, e a primeira autora no papel de facilitadora/formadora. O estudo de aula decorreu no ano letivo de 2023/2024, foi constituído por catorze sessões e envolveu quatro momentos principais: definição do problema, estudo curricular e planificação, observação e reflexão (Ponte et al., 2016). A tabela 1 apresenta a organização das etapas do estudo de aula, bem como os objetivos e uma descrição para cada uma das sessões.

Tabela 1. Organização das etapas do estudo de aula

Fases	Sessões	Objetivos	Descrição
Definição do Problema	1	Apresentar e planear o Estudo de aula. Discutir o tópico matemático a abordar	• Apresentar o estudo de aula aos professores participantes. • Apresentar o planeamento geral e calendarização das sessões. • Decidir sobre o problema a abordar na aula de investigação.
Estudo Curricular e Planificação	2	Estudo sobre o tópico	• Analisar o enquadramento curricular do tópico específico, assim como os subtópicos a abordar na aula de investigação. Esta análise deve considerar os desafios e eventuais dificuldades que se colocam aos alunos. • Analisar artigos e outros documentos referentes a processos de raciocínio, estratégias e dificuldades dos alunos no tópico selecionado.
	3	Estudo sobre tarefas	• Analisar a distinção entre diferentes tipos de tarefa: exercício, problema, exploração, investigação. • Analisar tarefas a propor que levem os alunos a construir/ compreender conceitos, procedimentos, propriedades, representações e a desenvolver o raciocínio matemático. • Considerar o papel de sequências de tarefas que levam a um objetivo de aprendizagem. • Resolver e analisar tarefas sobre o tópico.
	4	Elaboração/seleção de tarefas	• Elaborar/selecionar, analisar e refletir sobre as tarefas que possam ser usadas na aula de investigação. • Selecionar a tarefa a aplicar na aula de investigação e justificar a sua escolha. • Resolver a tarefa selecionada para a aula de investigação e discutir possíveis alterações. • Antecipar as dificuldades, estratégias e as possíveis dúvidas dos alunos na resolução da tarefa.
	5	Estudo sobre dinâmica da aula	• Discutir e definir as questões relacionadas com a organização da aula e a comunicação. • Considerar a organização da aula em três fases: introdução, trabalho autónomo e discussão coletiva (incluindo síntese final).
	6 e 7	Planeamento da aula de investigação	• Elaborar o plano de aula tendo em conta: **Aspetos gerais da aula** – Identificar o(s) objetivo(s) de aprendizagem para a aula (objetivo principal; objetivos complementares sobre o tópico e sobre os processos de raciocínio e comunicação) – Indicar a estratégia geral – Indicar a estrutura da aula (segmentos previstos, incluindo eventuais períodos de trabalho autónomo e de discussão coletiva); – Indicar os recursos a usar (por exemplo, fichas de trabalho, material manipulável, tecnologia, etc.) **Desenvolvimento da aula** – Indicar as tarefas e atividades de aprendizagem – Indicar a duração esperada – Indicar a atividade dos alunos e possíveis dificuldades – Indicar as respostas do professor e aspetos a ter em atenção – Indicar os objetivos e avaliação • Definir o modo de trabalho dos alunos e de apresentar a tarefa. • Definir as estratégias para a discussão coletiva e pontos da síntese final. • Definir com os participantes o papel do observador durante a aula de investigação e preparar o processo de observação de aula.

Fases	Sessões	Objetivos	Descrição
Observação	8, 9, 10, 11 e 12	Observação da aula de investigação	• Realização da aula de investigação. • O observador não interage com os alunos, apenas toma notas sobre: – as perguntas ou comentários dos alunos na interpretação da tarefa; – o modo como estes respondem às perguntas do professor; – os seus erros e dificuldades na resolução da tarefa; – as suas estratégias e representações; – o seu raciocínio (generalizações e justificações); – o modo como participam na negociação de significados e as suas dificuldades na linguagem matemática; – casos em que enunciam desacordos em relação a outros alunos.
Reflexão	13	Reflexão sobre a aula de investigação em dois momentos (Imediatamente após a aula e alguns dias depois)	• Partilhar os dados que foram recolhidos pelos observadores na aula de investigação. • Analisar excertos dos áudios e vídeo (se autorizado) da aula de investigação. • Refletir sobre a concretização da planificação, a aprendizagem dos alunos, as tarefas selecionadas, as estratégias implementadas • Reformular aspetos para eventuais novas aulas de investigação.
Divulgação	14	Balanço final e divulgação	• Balanço do trabalho desenvolvido. • Preparação e divulgação da experiência na escola e no SIEM.

Cada sessão de estudo de aula teve a duração de 120 minutos. Na primeira sessão de trabalho foi apresentado o estudo de aula aos professores participantes, o planeamento geral e a calendarização das sessões. Durante esta sessão foi ainda definido que o tópico a trabalhar seria as expressões algébricas e equações.

No estudo curricular e planificação, os participantes analisaram as orientações curriculares, os materiais didáticos, as investigações anteriores e partilharam as suas experiências sobre o tópico escolhido. De seguida, planificaram detalhadamente a aula, tendo em conta, a seleção e análise de tarefas matemáticas, a definição das estratégias de ensino a utilizar, a antecipação de dificuldades e estratégias dos alunos, a preparação da discussão coletiva e a organização da observação da aula de investigação.

Durante a planificação da aula de investigação a primeira autora esteve atenta à elaboração minuciosa do plano de aula e solicitou aos professores esclarecimentos adicionais. Além disso, incentivou o grupo a tomar decisões, a fazer escolhas e a argumentar as suas propostas. Os debates entre os professores ocorreram livremente, garantindo que fossem discutidas as aprendizagens visadas, os preconceitos, obstáculos e dificuldades de aprendizagem relacionadas com o objeto ensinado e a redação precisa das instruções, o que seria escrito no quadro, os documentos que seriam preparados e distribuídos aos alunos e, por fim, os registos escritos que seriam produzidos pelos alunos. Foram ainda mencionados os recursos que poderiam ser mobilizados, a definição do ambiente (em particular, a organização espacial da aula), o esboço detalhado de cada momento da aula e o tempo a definir para cada um desses momentos.

As cinco aulas de investigação foram lecionadas nas turmas do 8.º ano. O professor que lecionou a aula de investigação seguiu o plano da aula tanto quanto possível e os observadores focaram a sua atenção, não no professor, mas nos alunos.

A reflexão foi realizada em dois momentos: uma sessão imediatamente após cada aula de investigação e a segunda sessão alguns dias depois. Após a aula de investigação, os participantes do estudo reuniram-se e partilharam as suas observações e reflexões. O foco da discussão esteve na aprendizagem dos alunos, no conteúdo matemático e no design da aula. Estas reflexões e discussões formaram a base para uma revisão do plano de aula. A primeira autora procurou garantir um espaço para troca de ideias e promover reflexões relevantes relativas ao impacto da aula na aprendizagem dos alunos. O percurso da discussão foi articulado em torno de três momentos principais: o retorno do professor que lecionou a aula de investigação, dos observadores e do facilitador. Em primeiro lugar, foi dada a palavra ao professor que conduziu a aula de investigação, com o objetivo de recolher a sua opinião sobre o que correu bem e o que pode ser melhorado, com base no que observou. De seguida, a discussão foi aberta a todo o grupo. Cada observador partilhou com o grupo as notas que registou durante a aula de investigação. A primeira autora limitou as suas intervenções, de forma a incentivar a participação na discussão dos restantes professores. Sempre que foi necessário foi reorientado o debate para os objetivos definidos na aula de investigação e formuladas questões reflexivas ou observações necessárias para alimentar e enriquecer a discussão sem impedir a autonomia de reflexão dos professores. As questões abordadas centravam-se na aprendizagem dos alunos, nas dificuldades que encontraram ou nos elementos pedagógicos observados durante a aula. A discussão foi um momento privilegiado de aprendizagem coletiva. Depois de ouvir atentamente todos os observadores a primeira autora encerrou a discussão sintetizando os elementos discutidos nestes momentos de partilha.

Para estudar a sua prática a primeira autora escreveu um diário de bordo que contém o objetivo de cada sessão, os assuntos tratados, os episódios relevantes, o balanço de cada sessão e os pensamentos, desafios, constrangimentos que enfrentou ao longo do estudo. Antes de cada sessão de estudo de aula, escutou com atenção a gravação áudio da sessão anterior, analisou os documentos produzidos pelos professores e refletiu sobre os aspetos a melhorar.

Resultados

A facilitadora preparou pormenorizadamente as sessões de estudo de aula da mesma forma que um professor planeia as suas aulas. Para tal, selecionou artigos, tarefas, vídeos com excertos de aulas e excertos de resoluções de alunos para analisar e refletir com os professores. Essa seleção foi importante pois fomentou o envolvimento e a aprendizagem dos professores, como consta no relatório final de Maria:

> Considero que um dos artigos mais interessantes que analisámos foi o "Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios" (Canavarro, 2011). Este artigo ajudou-me a perceber o que é o ensino exploratório, quais as vantagens, como devo apresentar a tarefa, como devo acompanhar os alunos durante o trabalho autónomo e como devo orientar de forma eficaz a discussão coletiva. (Relatório Final, Maria)

Foi ainda importante para a facilitadora antecipar as contribuições dos professores sobre aspetos da sua prática, nomeadamente, na seleção de tarefas e na condução da discussão coletiva. A figura 1 apresenta o planeamento da sessão 1 em que são dadas as possíveis respostas que os professores poderiam referir quando se pretende criar um ambiente promotor do trabalho colaborativo dos participantes.

SESSÃO 1

Objetivos:

- Definir os destinatarios e modalidade, objetivos, conteúdos, calendarização e avaliação da oficina de formação.
- Apresentar e planear o Estudo de aula.
- Selecionar/discutir o tópico matematico a abordar.

Tempo (min)	Descrição
4 minutos	• Boas-vindas aos participantes e explicação do objetivo da sessão. • Usar o Mentimeter para responder às questões: "Como te sentes hoje?" "Quais são as tuas expetativas relativamente a esta formação?"
20 minutos	• Definir de forma clara os destinatários e modalidade, objetivos, conteúdos, calendarização e avaliação da oficina de formação. Utilizar apresentação digital.
20 minutos	• Analisar o artigo: Duarte, N.; Pinto, H. & Ponte, J.P. (2022). O estudo de aula como promotor do desenvolvimento do conhecimento didático de uma professora do 2.º ciclo. *Educação e Matemática*, 165, 45-48. → Perguntar aos professores se leram o artigo que enviei. → Pedir aos professores que se juntem em grupo e respondam às seguintes questões: → O que é o estudo de aula? → Qual é o seu objetivo? → Qual é o foco do estudo de aula? → Em quantas fases está organizado o estudo de aula? → Já ouviram falar na abordagem exploratória? Em quantas fases se divide a abordagem exploratória? Quais? O que se realiza em cada fase? → Qual a importância das tarefas para a aprendizagem dos alunos? • Depois da análise do artigo utilizar a apresentação digital para sintetizar as ideias principais do texto.
10 minutos	• Apresentar o estudo de aula aos professores participantes. Utilizar apresentação digital.
10 minutos	• Apresentar o planeamento geral e calendarização das sessões. Utilizar apresentação digital.
5 minutos 5 minutos 5 minutos	• Definir um conjunto de elementos que permitam criar um ambiente promotor do trabalho colaborativo dos participantes: Reflexão individual silenciosa, na qual cada membro do grupo anota uma lista de aspetos importantes que apoiam a sua aprendizagem. Partilhar e discutir as ideias geradas por cada membro. Sintetizar as ideias dos membros numa lista contendo cinco aspetos que todos apoiam **Possíveis respostas:** Ser curioso. Explicar e justificar soluções. Desafiar o pensamento uns dos outros. Proporcionar momentos de trabalho tranquilo. Ouvir com atenção, com a mente aberta. Dar 100%. Manter-se concentrado na tarefa. Ser pontual. Ter uma visão positiva em relação a si mesmo e aos outros. Estar sempre focado(a) no aluno(a). Mostrar respeito pelas ideias dos outros ..., mas desafiá-las!
	Para criar um ambiente que promova um trabalho colaborativo eficaz, incentivando a participação ativa, o respeito mútuo e a procura por resultados partilhados será necessário: • **Comunicação aberta e respeitosa:** Estabelecer um ambiente onde todos se sintam à vontade para partilhar ideias, opiniões e preocupações sem medo de críticas negativas. • **Metas e objetivos claros:** Garantir que todos compreendam os objetivos comuns e individuais do trabalho colaborativo para que todos estejam alinhados. • **Diversidade e inclusão:** Valorizar e respeitar a diversidade de ideias, experiências e perspetivas para enriquecer o processo colaborativo. • **Responsabilidade partilhada:** Definir claramente as responsabilidades de cada membro e promover a responsabilidade mútua para alcançar as metas coletivas. • **Ferramentas e recursos adequados:** Fornecer as ferramentas e recursos necessários para facilitar a colaboração, como plataformas de partilha de materiais, espaços físicos de trabalho colaborativo, entre outros. • **Feedback construtivo:** Encorajar e facilitar o feedback entre os membros, promovendo uma cultura de aprendizagem contínua e de melhoria. • **Liderança facilitadora:** Ter líderes que saibam direcionar o grupo, facilitar discussões e incentivar a participação de todos sem dominar o processo colaborativo. • **Flexibilidade e adaptação:** Permitir espaço para ajustes e mudanças conforme necessário para atender às demandas e desafios emergentes. **Nuvem de ideias:** • Respeitar (a diversidade de ideias, experiências e perspetivas para enriquecer o processo colaborativo) • Partilhar (ideias, opiniões e preocupações sem medo de críticas negativas) • Apoiar e Desafiar • Feedback construtivo • Flexibilidade e adaptação
1 minutos	• Definir com o grupo a forma de comunicar entre as sessões (email, Google Drive).
40 minutos	• Decidir sobre o problema de aprendizagem a abordar na aula de investigação. → Começar por fazer um balanço sobre qual o tópico que cada um de nós está a lecionar no 8.º ano. → Analisar a planificação anual e médio prazo e as aprendizagens essenciais e verificar em que ponto estamos nos dias 10, 12 e 15 de abril, para podermos selecionar o tópico que iremos investigar no estudo de aula I.

Antecipar as contribuições dos professores

Figura 1. Plano da sessão 1

Tal como o professor que antecipa as estratégias e dificuldades dos alunos na resolução de uma tarefa, a facilitadora elaborou questões a colocar aos professores sobre a seleção das tarefas, a estrutura da aula, as representações, os processos de raciocínio dos alunos e a discussão coletiva. A figura 2 apresenta um excerto do plano da sessão 5 no qual a facilitadora questionou os professores sobre o ensino exploratório.

Data – 21-02-2024

SESSÃO 5

Objetivo:

Estudo sobre dinâmica da aula.

Descrição:

Tempo (min)	Descrição
20 minutos	• Boas-vindas aos participantes e explicação do objetivo da sessão. • Contextualização do ensino exploratório e a sua importância para a aprendizagem dos alunos. Análise do artigo: Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17. Caso os professores não procedam à leitura do artigo solicitar a sua leitura. Questão a colocar aos professores: Já alguma vez aplicaram o ensino exploratório em sala de aula? Em caso afirmativo, como correu a experiência? Qual das fases tiveram mais dificuldade? Porquê?

Figura 2. Excerto do plano da sessão 5

Foi ainda importante para a facilitadora definir os diferentes contributos a prestar aos professores (enquadramentos teóricos, elementos de conhecimento disciplinar, aspetos didáticos, etc.), o momento oportuno de trazer esses recursos e a forma como estes seriam apresentados. Na sessão 3 o objetivo da sessão era o estudo da tarefa a propor. Assim, era oportuno perguntar aos professores se eles sabiam o que é uma tarefa. O excerto a seguir ilustra o que aconteceu:

Facilitadora: O que é uma tarefa?

Sofia: Uma tarefa é uma tarefa. Como eles começam a dizer [E riu].

Maria: É uma atividade que nós lhes damos que pode ser explorada de diversas formas.

Facilitadora: Ainda bem que dizes isso Maria. Então, tarefa e atividade é a mesma coisa?

Maria: Não.

Facilitadora: Ah! Então, vamos começar por aí. Então, qual é a distinção entre tarefa e atividade.

Maria: Para mim a tarefa é porque tem várias, várias possibilidades de resolução, vários caminhos a seguir. E, por norma, uma atividade é…

Ana: É mais direto.

Maria: Mais direto.

Elsa: Mais direto.

Maria: Não sei se será isto.

[Por esta altura a facilitadora recorreu a uma apresentação digital.]

Facilitadora: Atividade é tudo aquilo que o aluno realiza.

Todos: Ohhhh!

Sofia: Ah! Boa.

Maria: Pois é.

Facilitadora: Pois é.

Sofia: É.

Facilitadora: Para desenvolver o que é proposto, ou seja, a tarefa a realizar. Tá bem! A tarefa pode ser qualquer coisa que o professor usa para demonstrar a Matemática, ou seja, para o aluno aprender um determinado tópico ou conceito. OK. Pronto. A tarefa proposta torna-se o objeto para a atividade do aluno. A Atividade corresponde aquilo que o aluno realiza. A tarefa é aquilo que o professor dá.

Ana: Pede.

Facilitadora: Tá Bem!

Ana: OK.

Facilitadora: Para conseguir então atingir determinado objetivo. Já vos ensinei hoje uma coisinha.

Maria: Muito, muito.

Este episódio foi tão marcante que a Ema o referiu no seu relatório final:

> Na terceira sessão falámos sobre as diferenças entre atividade e tarefa, entre tarefas abertas e fechadas, de curta duração ou longa duração. Foi interessante analisar e discutir estes conceitos pois no dia a dia acabamos por não nos lembrarmos destas diferenças e é bom ter sempre estes conceitos vivos pois são fundamentais para melhorar a qualidade das aprendizagens dos nossos alunos. (Relatório Final, Ema)

No planeamento da sessão 3, cujo objetivo era o estudo das tarefas, a facilitadora selecionou uma tarefa onde os alunos poderiam utilizar diversas estratégias, e encorajou os professores a resolvê-la pensando como os alunos. Em seguida, colocou aos professores algumas questões, nomeadamente, em que nível de escolaridade poderia ser aplicada a tarefa. Os professores responderam:

> Ema: Não é imediato. 7.º ou 8.º. Dependendo da estratégia que se siga. A estratégia que eu seguia era só o 8.º ano que chegava lá [Resolveu por uma equação com parênteses].
>
> Ana: Eu estou a fazer com equações.
>
> Ema: Mas é possível fazê-la no 7.º se eles seguirem outra estratégia.
>
> Maria: Eles [alunos] podem ir por tentativa e erro.

Os professores anteciparam estratégias e dificuldades dos alunos na resolução da tarefa e refletiram nas opções metodológicas que tomariam para o desenvolvimento de uma aula em torno desta tarefa. Nesta sessão foi apresentado o testemunho de uma professora relativamente à fase da introdução da tarefa (compreensão da tarefa, organização do trabalho e disponibilização de materiais) e da realização da tarefa (apoio ao trabalho do aluno, antecipação das estratégias, antecipação das dificuldades e representações). Foram visualizados dois episódios que ilustravam como a professora apoiou os seus alunos na resolução da tarefa e foram analisados excertos das resoluções dos alunos. Foi ainda analisado o plano de aula da professora. A Maria ficou surpreendida com o facto de os alunos terem apenas 10 minutos para fazerem a tarefa e 30 minutos para a discussão coletiva.

Para os participantes este processo formativo apresentou vários benefícios:

> Maria: Os benefícios de participar nesta oficina de formação foram muitos, mas destaco o trabalho colaborativo entre os docentes do 3.º ciclo. O grupo esteve sempre unido e todos estivemos à vontade para partilharmos as nossas experiências, ideias e possíveis dificuldades. […] Outro benefício foi o facto de todas as aulas terem sido alvo de reflexão, em todas foram apresentadas sugestões para melhorar o nosso desempenho e assim poderemos ajudar mais os nossos alunos. (Relatório Final, Maria)
>
> Ema: Aprendi com os exemplos trazidos pela formadora, com exemplos relatados pelos colegas e com a reflexão conjunta que fazíamos dos mesmos.
>
> […] Sinto que a formação teve um impacto positivo na minha prática letiva e no nosso grupo de trabalho de professores. (Relatório Final, Ema)

Conclusão

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional de professores de natureza colaborativa e reflexiva, próximo de uma investigação sobre a prática e cujo foco é a aprendizagem dos alunos.

No estudo de aula, o facilitador tem um papel central na promoção de um ambiente de aprendizagem eficaz e colaborativo. O facilitador atua como um mediador, facilitando a interação entre os participantes, fornecendo suporte e orientação durante o processo de aprendizagem.

A preparação e o planeamento das sessões foram fundamentais para o envolvimento e aprendizagem dos professores. A seleção criteriosa de recursos permitiu uma reflexão sobre as tarefas e a dinâmica da aula, tendo sempre como foco a aprendizagem dos alunos. Tal como um professor que planeia uma aula, o facilitador tem de antecipar as contribuições dos professores e elaborar questões a colocar-lhes para potenciar a discussão e reflexão. Outro aspeto importante é definir os diferentes contributos a prestar aos professores, o momento oportuno de trazer esses recursos e a forma como estes serão apresentados.

Os professores, ao participarem num estudo de aula, trabalham colaborativamente na seleção de tarefas, na planificação da aula de investigação e é criada uma oportunidade para refletir sobre a sua prática. Essa colaboração permitiu a troca de ideias, partilha de experiências e aprendizagem mútua, contribuindo para o seu desenvolvimento profissional e para a construção de uma comunidade de aprendizagem profissional. Além disso, participar de estudos de aula permite que os professores identifiquem desafios específicos enfrentados pelos alunos e desenvolvam estratégias de ensino mais eficazes para superá-los. Por isso, é importante analisar as dificuldades, os benefícios e os desafios que, do ponto de vista dos participantes, favorecem ou dificultam o seu envolvimento no estudo de aula.

Referências bibliográficas

Amador, J., & Carter, I. (2016). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*, 5-34. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9347-x

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Cajkler, W., Wood, P., Norton, J., Pedder, D., & Xu, H. (2015). Teacher perspectives about lesson study in secondary school departments: a collaborative vehicle for professional learning and practice development, *Research Papers in Education*, *30* (2), 192–213. https://doi.org/10.1080/02671522.2014.887139

Clivaz, S., & Clerc-Georgy, A. (2020). Facilitators' roles in lesson study: from leading the group to doing with the group. In A. Murata & C.K.-E. Lee (Eds.), *Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning* (pp. 86-93). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003002536-9

Coles, A. (2013). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*, 165-184. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9225-0

De Vries, S., & Uffen, I. (2020). Facilitating a lesson study team to adopt an inquiry stance. In A. Murata, & C.K-E. Lee (Eds.), *Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning* (pp. 94-106). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003002536-10

Dudley, P. (2011). Lesson study development in England: From school networks to national policy. *International Journal of Lesson and Learning Studies, 1*, 85–100. https://doi.org/10.1108/20468251211179722

Dudley, P., Xu, H., Vermunt, J., & Lang, J. (2019), Empirical evidence of the impact of lesson study on students' achievement, teachers' professional learning and on institutional and system evolution. *European Journal of Education, 54*(2), 202–217. https://doi.org/10.1111/ejed.12337

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M.C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). MacMillan.

Fernandez, C., Cannon, J., & Chokshi, S. (2003). A US–Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, *19*(2), 171–185. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00102-6

Fujii, T. (2015). The critical role of task design in lesson study. In A. Watson & M. Ohtani (Eds.) *Task Design in Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_9

Grigioni Baur, S., & Hoznour, P. I. (2019). *Impact of learning-centered facilitation on teachers' professional development during a LS* [Conference presentation]. WALS Congress, Amsterdam, The Netherlands. http://hdl.handle.net/20.500.12162/3554

Gutierez, S.B. (2016). Building a classroom-based professional learning community through lesson study: insights from elementary school science teachers. *Professional Development in Education*, *42* (5), 801–817. https://doi.org/10.1080/19415257.2015.1119709

Jorgensen, D.L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Sage.

Lewis, C., & Perry, R. (2017). Lesson study to scale up research-based knowledge: A randomized, controlled trial of fractions learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *48*(3), 261-299. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.48.3.0261

Lewis, J.M. (2016). Learning to lead, leading to learn: how facilitators learn to lead lesson study. *ZDM Mathematics Education, 48*(4), 527–540. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0753-9

Morago, S., & Grigioni Baur, S. (2020). Learner-centered facilitation in lesson study groups. In A. Murata & C. Lee (Eds.), *Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning (pp. 106-115)*. Routledge.

Murata, A., Bofferding, L., Pothen, B., Taylor, M., & Wischnia, S. (2012). Making connections among student learning, content, and teaching: Teacher talk paths in elementary mathematics lesson study. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(5), 616–650. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.5.0616

Patton, M.Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. Sage.

Ponte, J.P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Bolema, 30*, 868-891. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01

Richit, A., & Ponte, J.P. (2019). A colaboração profissional em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *BOLEMA*, *33*(64), 937–962. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a24

Richit, A., Ponte, J.P., & Quaresma, M. (2021). Aprendizagens profissionais de professores evidenciadas em pesquisas sobre estudos de aula. *BOLEMA*, *35*(70), 1107–1137. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a26

Takahashi, A., & McDougal, T. (2018). Collaborative lesson research (CLR). In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J.P. Ponte, N. Shuilleabhain & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues* (pp. 143-152). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_8

Trilhando caminhos interdisciplinares: Conhecimento profissional dos professores sobre a articulação disciplinar

Forging interdisciplinary paths: Teachers' professional knowledge on disciplinary articulation

Tânia Coelho [1], Helena Rocha[2]

[1]1Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa,
ta.coelho@campus.fct.unl.pt

[2] CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa,
hcr@fct.unl.pt

Resumo. *Os desafios da integração disciplinar na prática docente, especialmente na implementação de tarefas que promovam abordagens interdisciplinares, destacam a importância do conhecimento profissional dos professores nesse processo. De abordagem naturalista este estudo tem com o objetivo caracterizar o conhecimento profissional de uma professora de Física quando adota uma abordagem interdisciplinar com recurso à tecnologia. Os resultados da pesquisa revelaram que a professora mobiliza diferentes conhecimentos evidenciando um conhecimento diferenciado da aplicação matemática mais adequada para ensinar um determinado conteúdo, conhecimento de como as estratégias pedagógicas podem ser auxiliadas através de aplicações distintas com recurso à tecnologia.*

Abstract. *The challenges of disciplinary integration in teaching practice, especially in the implementation of tasks that promote interdisciplinary approaches, highlight the importance of teachers' professional knowledge in this process. Using a naturalistic approach, this study aims to characterize the professional knowledge of a physics teacher when adopting an interdisciplinary approach using technology. The results of the research revealed that the teacher mobilizes different types of knowledge, showing a differentiated knowledge of the most appropriate mathematical application to teach a given piece of content, knowledge of how pedagogical strategies can be aided through different applications using technology.*

Palavras-chave: Conhecimento Profissional; Interdisciplinaridade; Tecnologia; Matemática; Física.

Keywords: Professional Knowledge; Interdisciplinarity; Technology; Mathematics; Physics.

Introdução

A interação entre Física e Matemática é essencial no desenvolvimento científico, influenciando a estruturação do conhecimento físico (Kjeldsen e Lützen, 2015; Palmgren & Rasa, 2024). Os professores enfrentam desafios ao integrar essas disciplinas, mas a sua prática oferece benefícios significativos (An, 2017; Rocha, 2019) a ter em consideração. O conhecimento dos professores é fundamental, requerendo formação e colaboração entre pares

(Greef et al., 2017). A Física, como disciplina empírica, é inseparável da descrição matemática nos seus fundamentos (Kjeldsen e Lützen, 2015). A Matemática desempenha um papel crucial na estruturação do conhecimento físico, moldando a conceção das teorias físicas (Palmgren & Rasa, 2024). Ou seja, adaptando os construtos matemáticos para assim se atender às necessidades específicas de uma teoria e o seu contexto físico. A conexão entre Física e Matemática é histórica (Galili, 2018), exigindo dos estudantes compreensão dos conceitos, princípios e estrutura física, bem como a aplicação de métodos científicos, incluindo elementos matemáticos (Pospiech, 2019). O mesmo autor reitera que os professores enfrentam o desafio de equilibrar estes aspetos para garantir a compreensão adequada dos alunos, superando as dificuldades conceituais e de integração entre Física e Matemática que possam sentir. Nesse sentido a investigação tem explorado abordagens interdisciplinares entre ciência e matemática, destacando os desafios e benefícios na sua integração (Aguirre-Munõz et al., 2022; McHugh et al., 2018). Embora desafiadora, a interdisciplinaridade permite um maior envolvimento dos alunos, promove o uso de ferramentas para resolução de problemas e facilita uma aprendizagem mais significativa (Aguirre-Munõz et al., 2022; An, 2017; McHugh et al., 2018). Entre os principais desafios a ultrapassar, destacamos, a compreensão do conhecimento do professor sobre o processo, a identificação de conexões entre o conteúdo de ciências e matemática, as competências sobrepostas (Zhang et al., 2015), a dependência assimétrica entre as disciplinas (Wong & Dillon, 2020), currículo desfasado (Coelho & Rocha, 2022; Osborne, 2014; Park et al., 2021) e a integração eficaz de conhecimento de conteúdo, permitindo uma abordagem conjunta para resolver problemas complexos (Honey et al., 2014). Além disso, no contexto tecnológico, é crucial considerar os domínios de conhecimento implícito e como os professores os aplicam na reflexão sobre o desenvolvimento e a aplicação de tarefas interdisciplinares (Coelho & Rocha, 2022). O conhecimento interdisciplinar dos professores é essencial para o sucesso da implementação interdisciplinar, mas muitas vezes carece de abordagem adequada no desenvolvimento profissional, exigindo investimento em formação adicional ou estratégias de colaboração entre pares (Greef et al., 2017; Viseu e Rocha, 2020). Assim, o objetivo central é caracterizar o conhecimento profissional do professor de Física ao adotar uma abordagem interdisciplinar com tecnologia. Especificamente, pretendemos dar resposta à seguinte questão:

- Quais os domínios de conhecimento que uma professora de Física mobiliza ao planear e implementar tarefas interdisciplinares com o uso da tecnologia, e como esses domínios influenciam as suas práticas de ensino?

O conhecimento profissional do professor no processo de articulação disciplinar

O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) dos professores é essencial para o sucesso do ensino, ultrapassando o conhecimento do conteúdo em si para o conhecimento do conteúdo para o ensino (Shulman, 1987). De acordo com o mesmo autor há três grandes categorias de conhecimento: conhecimento do conteúdo (CK), conhecimento pedagógico (PK)

e o PCK. O CK abrange o conhecimento do conteúdo académico de uma área disciplinar, incluindo métodos específicos e compreensão dos conceitos centrais (Gess-Newsome et al., 2019). O PK inclui os princípios gerais do ensino, aprendizagem, avaliação e gestão da sala de aula (König et al., 2011). Por último o PCK é o conhecimento do conteúdo específico e competências necessárias para ensinar efetivamente uma disciplina (Baumert & Kunter, 2013; Depaepe et al., 2013). Estudos demonstram associação positiva entre CK, PK, PCK e qualidade da instrução e resultados dos alunos (e.g., Guess-Newsome et al., 2017; Keller et al., 2017). Com a interação entre Matemática e Física teremos de ter em consideração outros modelos específicos de conhecimento que permitam definir o conhecimento específico necessário dos professores na inter-relação entre ambas as áreas disciplinares. Destacamos o modelo *Application Model and Pedagogical Content Knowledge* – APCK, onde a Matemática ocupa uma posição de destaque, por ser considerada linguagem universal compartilhada por todos e, portanto, integradora por natureza. No modelo APCK, Rocha (2019) destaca a importância da construção do PCK e inspira-se no modelo TPACK de Mishra e Koehler (2006) para fundamentar a sua abordagem. Relaciona três tipos de conhecimento base: o conhecimento de aplicações (AK), o conhecimento pedagógico (PK) e o conhecimento de conteúdo (CK), destacando as interações que se manifestam com diferentes dinâmicas por meio do PCK, o conhecimento de aplicações e conteúdo (ACK) e o conhecimento pedagógico de aplicações (APK). No âmbito do APCK, a aplicação matemática é considerada uma atividade que reflete contextos reais, promovendo processos como descrição, análise, construção ou raciocínio. Este modelo incentiva um uso diferenciado do conhecimento matemático, permitindo que os tópicos sejam abordados de forma integrada, não compartimentalizada, favorecendo a utilização do conhecimento matemático dos alunos em diferentes situações. Rocha (2019) ressalta que o desenvolvimento desse conhecimento não é automático e requer reflexão e pensamento crítico sobre a prática por parte dos professores. Ao desenvolver e/ou aplicar tarefas interdisciplinares, deve-se ter também em consideração o contexto da tarefa, as estratégias a implementar, a estrutura da tarefa, as dificuldades sentidas pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem. As decisões, tomadas pelo professor, influenciam diretamente o desenvolvimento do ACK e do APK bem como a eficácia do ensino-aprendizagem.

Metodologia e contexto

Adotou-se uma metodologia qualitativa com orientação interpretativa segundo Yin (2009), num estudo caso sobre o conhecimento profissional de uma professora de Física em contexto de interdisciplinaridade e uso de tecnologia. A professora leciona Física e Química há 30 anos, faz parte da equipa do Plano de Ação para o Desenvolvimento Digital da escola, coordena o Clube Ciência Viva, tem trabalhado com alunos de todos os níveis de escolaridade, quer no ensino da disciplina desde o 7.º ao 12.º ano, quer em trabalho e desenvolvimento de projetos de robótica, computação e tecnologias de informação desde o pré-escolar ao ensino secundário. Os dados foram obtidos através da observação de 43 aulas

numa escola secundária na área da grande Lisboa (alunos com 15-16 anos), procedendo-se à gravação áudio e registo fotográfico de momentos relevantes.

A análise de dados foi essencialmente descritiva e interpretativa tendo como base episódios onde a interdisciplinaridade entre a Física e a Matemática foi promovida. No processo a análise procedeu-se à categorização dos domínios de conhecimento do modelo APCK tendo em conta o conhecimento mobilizado pela professora de Física na integração da Matemática, a tecnologia utilizada, a abordagem da professora e das opções de ensino e aprendizagem (Tabela 1).

Tabela 1. Categorias de análise, relação com o modelo APCK (Rocha, 2019)

Categoria	Conhecimento
Conhecimento de como ensinar o conteúdo específico, tendo em consideração: características dos alunos, práticas eficazes de ensino e o currículo.	Pedagógico de conteúdo (**PCK**)
Conhecimento do uso da matemática em contextos do mundo real para resolver problemas práticos.	Aplicações (**AK**)
Conhecimento de como aplicar o conhecimento disciplinar e pedagógico em contextos do mundo real. Inclui conhecimento de como integrar as disciplinas de matemática e de física através de tarefas práticas.	Pedagógico de aplicações (**APK**)
Conhecimento da interação entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento de aplicações. Isso envolve entender como o uso de aplicações matemáticas pode afetar o conteúdo físico e vice-versa.	Aplicações e conteúdo (**ACK**)
Conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender e como, através duma abordagem integrativa de disciplinas.	Pedagógico do Conteúdo e Aplicações (**APCK**)

Análise dos resultados obtidos

As tarefas propostas unem conceitos matemáticos à Física (Frykholm & Glasson, 2005), integrando diferentes áreas do saber (An, 2017). A professora enfatiza os conhecimentos matemáticos na análise de conceitos físicos, explorando conexões práticas (Aguirre-Munõz et al., 2022; McHugh et al., 2018). As tarefas são baseadas em atividades experimentais das Aprendizagens Essenciais, com uso diversificado de tecnologia.

Movimento no plano inclinado: variação da energia cinética e a distância

Com o objetivo de relacionar a variação da energia cinética (ΔE_c) com a distância (d) percorrida por um carro de baixo atrito quando este desce um plano inclinado, a professora desenvolveu uma tarefa associando à atividade experimental, a modelação e a impressão 3D. Na primeira parte da tarefa, os alunos são confrontados com a necessidade de peças que não têm à disposição, pelo que terão de os modelar e depois imprimir em 3D. Nesse sentido, ao problema adicional surgem outras questões como o de modelar o "recurso" material para cortar o sinal do sensor do tempo quando o carro desliza pelo plano incli-

nado. Precisam de estar atentos às dimensões do "recurso" e analisar como o desenhar na aplicação fornecida pela professora (Figura 1).

Future Classroom Lab
by European Schoolnet

Scenario Tool
fcl.eun.org/scenario-tool

AL1.1-Movimento no plano inclinado (Física-10.ºano)

Teresa Sousa 19/03/2023

Perante uma questão inicial a responder os alunos terão que organizar, preparar e realizar uma atividade experimetal que lhes permita chegar à relação entre a variação da energia cinética e a distância percorrida por um carro de baixo atrito quando este desce um plano inclinado. Os alunos vão ser confrontados com a necessidade de peças (recursos) que não têm à disposição pelo que terão de os modelar em 3D e depois imprimir na impressora 3D. No tratamento de resultados será esperado que realizem regressões lineares em calculadoras gráficas.

LEARNING OBJECTIVES

Preparar uma atividade prática laboratorial

Organizar o espaço de trabalho

Pesquisar sobre as grandezas físicas que vão relacionar

Resolverem os problemas e dificuldades que se podem encontrar numa atividade prática

Realizarem modelação 3D

Realizarem impressão 3D

Usarem as calculadoras gráficas para obter regressões lineares

Figura 1. Trecho da ficha exploratória da tarefa

A professora ao desenhar a tarefa mobilizou assim o seu PCK tendo em conta as estratégias implementadas para enriquecimento da prática:

> Professora: Têm aqui diferentes estações de trabalho, enquanto uns estão na modelação e impressão, os restantes terão de estar atentos como irão recolher os dados e como os terão de organizar. Sugiro uma tabela com todos os dados recolhidos.

Na recolha de dados, os alunos são convidados a explorar como irão organizar os seus dados e posteriormente o seu tratamento. Explora a questão da construção do gráfico variação de energia cinética em função da distância:

> Professora: Vão obter três pontos. Depois têm de conseguir introduzir esses dados na calculadora. Agora imaginem que com os dados experimentais eu tenho isto assim. É uma reta?
>
> Aluno: Uma curva.
>
> Professora: Ora se eu tivesse estes dados teria de arranjar uma ferramenta matemática que se ajustasse estes pontos à curva. A regressão é uma ferramenta que ajusta os meus pontos a uma função. Agora vou ser spoiler, tenho os pontos assim, e o que vêm aqui é uma reta. Então eu vou ajustar os meus resultados experimentais à melhor reta que ele representa e a melhor reta irá passar por aqui. A regressão linear é assim uma ferramenta matemática que aproxima os pontos à reta.

Ao indicar o que se pretende analisar em termos de relação física entre as duas grandezas, há a preocupação de analisar com os alunos um recurso que lhes permite otimizar essa rela-

ção (ACK). Consciente de que os alunos não têm conhecimento prévio de regressão linear, ela explica o conceito para que compreendam e melhorem a relação entre as grandezas com base nos dados (APK).

Características de uma pilha

Com a questão problema geral: "Será que as pilhas são todas iguais quando apresentam a mesma tensão elétrica?", esta tarefa tem por base uma atividade experimental. A professora na tarefa destaca o processo para alcançar as competências interdisciplinares, de destacar: "Organizar e tratar os resultados experimentais", "Analisar e tratar os resultados experimentais matemática e graficamente" e "Comunicar os resultados obtidos e apresentar conclusões com rigor científico". Competências que sugerem as conexões entre o conteúdo de Física e Matemática (Zhang et al., 2015). Ainda no âmbito da explicação da tarefa a professora apela para a análise dos pontos a trabalhar e que serão avaliados:

> Professora: Na rubrica vocês encontram o que têm de fazer, como vou avaliar o vosso trabalho, o vosso planeamento, como efetuaram a montagem, como procederam ao registo dos vossos dados, como utilizaram a calculadora gráfica e apresentaram os resultados.

A professora mobiliza o seu PCK no desenho da tarefa onde para além de indicar os objetivos, competências a alcançar, os alunos são levados a compreender qual o foco da sua avaliação. Apresenta-se de seguida um resumo dos itens que são tidos em consideração para o desenvolvimento da tarefa (figura 2):

Parte 1 - Estruturação da tarefa

- Colocação da questão problema geral e das questões-problema parcelares primeiro.colocadas em Quizizz sem qualquer explicação
- Guião para a prática
- Apresentacao da curva característica da pilha com que estão a trabalhar
- Planeamento da recolha de dados organizados em tabelas

Parte 2 - Autonomia na estruturação da tarefa

- Montagem do circuito
- Medicão das grandezas físicas em consideração
- Registo de dados numa tabela
- Introdução dos dados obtidos na Calculadora Gráfica para introdução dos resultados experimentais a obter por regressão linear, a equação da reta que expressa a curva característica da pilha.
- Investigar e concluir o significado físico do declive da reta obtida.

Parte 3 - tomada de consciência das produções na tarefa.

- Debate turma apresentando os resultados das características da pilha no quadro.
- Principais conclusões.
- Colocação novamente da questão problema geral e das questões-problema parcelares através do Quizizz depois da atividade investigativa ter sido realizada.

Figura 2. Trecho da ficha exploratória da tarefa

Na parte 1 da tarefa, os alunos podem utilizar o telemóvel ou computador portátil para responder ao Quizz, a professora não intervém numa possível análise ou dificuldade apresentada pelos alunos:

> Professora: Pretendo que eles utilizem os conhecimentos que têm de eletricidade obtida em anos anteriores, se questionem, que elaborem possíveis hipóteses para responder à questão principal da tarefa. No fim voltam a fazer o mesmo Quizz para verificarem após a realização da atividade experimental se as respostas dadas se mantêm e com isso que reflitam sobre o resultado da atividade.

O PCK é usado para analisar ideias dos alunos conforme os resultados do Quizz aparecem no ecrã do computador. Isso, junto com o conhecimento de conteúdo, permite avaliar o conhecimento dos alunos após a atividade prática. Na parte 2, a professora supervisiona a montagem do circuito pelos alunos e os questiona sobre o emparelhamento dos aparelhos elétricos:

> Professora: Como vais colocar o amperímetro e o voltímetro no circuito? Olha para o guião, em particular para o esquema de montagem que desenhaste aí no caderno.
>
> Aluno1: Então tenho de ver o circuito e colocar ligado a este polo da pilha o amperímetro, o outro fio que sai ao reóstato e deste novamente à pilha.
>
> Professora: Isso. O voltímetro como mede diferença de potencial tem de ficar…
>
> Aluno1: Em paralelo.
>
> Professora: Vamos fechar o circuito, olhem os valores, registem.
>
> Aluno2: Professora a voltagem aumentou?
>
> Professora: Aumentou, que estranho, não é?

Em termos matemáticos a informação até aqui não é relevante, no entanto em Física esta abordagem permite-nos constatar que a professora mobiliza predominantemente o seu conhecimento de conteúdo físico. Procurando com as questões que coloca avaliar se os alunos têm conhecimento dos aparelhos que estão a usar, como os devem interligar e o que grandezas irão medir. Mediante esta informação pode igualmente avaliar os conhecimentos que os alunos devem ter nesta fase da matéria. Ou seja, mantem a mobilização em particular do seu PCK. Na última questão que levanta procura dar o mote se a pilha estiver muito tempo intercalada no circuito é normal que a sua tensão (U) aumente. Este momento serve para posteriormente conseguir que os alunos associem a este fenómeno o sobreaquecimento da pilha, o aumento da resistência e com isso o efeito de Joule, mobilizando assim o seu CK. Através da obtenção de cinco medições, a professora pretende que, os alunos relacionem as grandezas de diferença de potencial (U) e de intensidade de corrente elétrica (I) através de $U=(I)$.

A mobilização do seu CK, assim como o de AK sugere-nos que no processo os dois conhecimentos se integram, particularmente, quando explica aos alunos como é possível através

da equação de reta obtida por regressão linear e assim conseguir obter a resistência interna da pilha (r_i) através do declive da reta e a força eletromotriz da pilha (ε) através da relação :

Professora: Então já fizeram a regressão? Expliquem-me o que fizeram?

Aluno: Fizemos o U em função de I.

Professora: Então nas ordenadas ficou o U e o I nas abcissas? Ok. Agora quero ver os dados que adicionaste na tabela. Vamos ver se faz sentido. O que contem cada uma das listas? A lista 1 corresponde ao x e a lista 2 ao y. Então o que tens aí?

Aluno: o U está na lista 1.

Professora: Verifica isso. Na lista 1 tens de ter os dados de I e na lista 2 o U. Agora vai ao gráfico. Bonitinho! Agora temos de perceber qual é o declive dessa reta e a ordenada.

Aluno: Não posso olhar as equações e comparar?

Professora: Claro que sim, agora verifica o que irá dar o declive da reta e ordenada na origem.

No processo mobiliza o seu APK dando apoio aos alunos de como utilizar a aplicação matemática e assim com recurso à CG ajudar os alunos a interpretarem com os dados obtidos a relação de U(I).

Movimento uniformemente retardado

A tarefa tem por base realizar uma atividade experimental com o intuito de relacionar a velocidade (v) e o deslocamento (Δx) de um corpo com movimento uniformemente retardado e determinar a aceleração (a) e a resultante das forças de atrito (F_a). Na primeira parte da tarefa a professora começa por orientar os alunos os conceitos implícitos na atividade experimental. À medida que discute o tema vai de forma sumária explicando as relações no quadro:

Professora: Entre A e B eu tenho o movimento retilíneo acelerado, mas entre B e C na superfície plana e rugosa, vocês verificam que o corpo pára no fim da trajetória. Ora se tinha uma velocidade que adquiriu quando caiu da rampa, chegou aqui e parou, o que faz o corpo parar? Vejamos quais são as forças que estão a ser aplicadas ao corpo. Quando o corpo estiver entre B e C teremos o peso para o centro da Terra, a normal do plano que é igual em modulo e sentido contrário. E qual é a outra força que o faz parar?

Aluno: Força de atrito?

Professora: Então eu posso afirmar que a força resultante é a soma destas três forças, mas como peso e normal têm a mesma intensidade e sentidos opostos, teremos que a soma das duas é zero. Então a nossa força resultante é igual à força de atrito. Então vou ter um movimento em linha reta, que se chama retilíneo, como é constante, uniformemente retardado. Então para este tipo de movimento eu posso considerar que B é posição inicial e C a posição final, isso permite-me dizer que…

Esta análise conjunta com os alunos permite à professora discutir e avaliar com os alunos os conceitos a trabalhar verificando se fazem relações entre os temas abordados anterior-

mente tal como representado na Figura 3. O PCK e CK são particularmente mobilizados pela professora nesta parte.

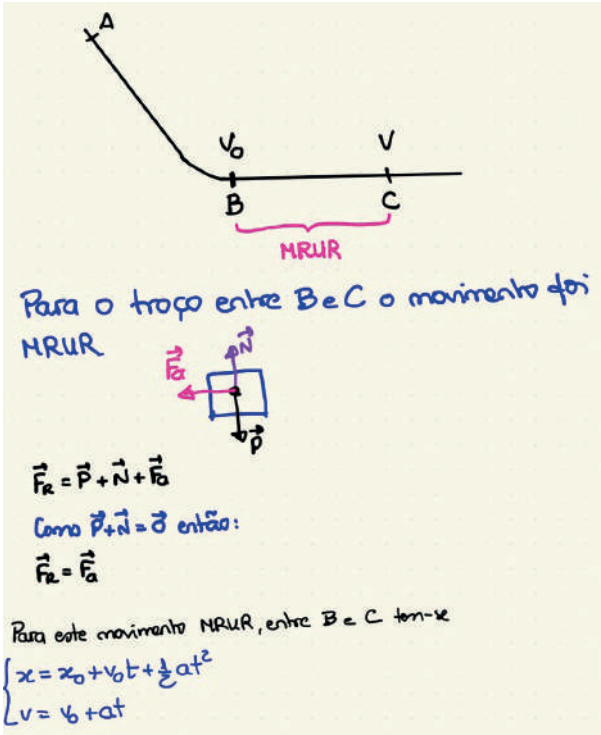


Figura 3. Análise dos conceitos a explorar na atividade prática

Numa última parte da tarefa que é de analisar os resultados obtidos pelos alunos, trabalha com dados recolhidos previamente, a finalidade que os alunos comparem com os seus resultados e avaliem a tarefa desenvolvida.

> Professora: No processo de análise dos nossos dados era necessário verificarem como se relacionavam as variáveis de velocidade com o deslocamento. Pela lógica quanto maior a velocidade do corpo ao passar no ponto B então maior será o deslocamento. Recordo que eu quero relacionar a velocidade inicial com o deslocamento. Nesse sentido podemos continuar a trabalhar o sistema que aqui está. Atenção este seria uma situação de análise duma equação de 2.º grau. Complicado! A estratégia será ter em atenção a lei das velocidades e elevar toda a expressão a dois.

Na Figura 4 é possível constatar que a professora domina o conhecimento matemático implícito para o desenvolvimento da expressão que lhe interessa para relacionar as grandezas de velocidade inicial (v_0) com o deslocamento (Δx). Na continuidade do raciocínio destaca a relação obtida com a equação da reta que melhor se ajusta aos pontos correspondentes aos dados obtidos experimentalmente. Chamado à atenção para a relação obtida e o gráfico que os alunos deveriam ter traçado:

> Professora: Atenção o corpo para logo a velocidade final é zero e por isso ficamos com uma relação do tipo . Ora ao traçar o gráfico v02=f(Δx) temos uma reta onde a ordenada na origem é praticamente nula como podem aqui ver e o declive será igual a -2a.

Atenção o menos é porquê?

Aluno: O movimento é retardado, a aceleração toma por isso valor negativo.

Professora: Contrário ao movimento do corpo que é positivo. Boa!

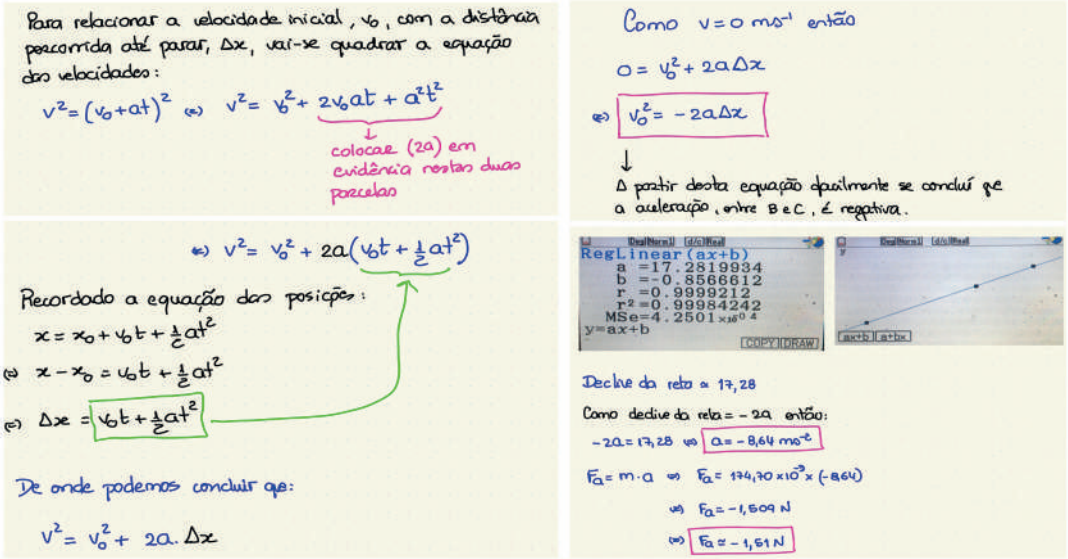


Figura 4. Relação entre grandezas físicas e obtenção da aceleração e força de atrito

Em termos de conhecimento profissional, esta tarefa com carácter interdisciplinar requer do professor conhecimento quer de aplicação Matemática quer de Física. Sugerindo-nos a mobilização do APCK, tendo em conta a integração dos três conhecimentos base do modelo de Rocha (2019).

Conclusão

A professora de Física, ao planear e implementar as tarefas interdisciplinares com o uso da tecnologia, mobiliza diversos domínios de conhecimento. Em particular, ela demonstra mobilizar o seu conhecimento do conteúdo físico (CK), utilizando-o para guiar os alunos na compreensão dos conceitos físicos subjacentes às atividades. Além disso, o seu PCK é evidente na forma como ela adapta e estrutura as atividades para facilitar a compreensão dos alunos, destacando as relações entre a Física e a Matemática. Demonstra ainda um sólido conhecimento do uso da matemática em contextos do mundo real e, portanto, de AK, utilizando-a como uma ferramenta para resolver problemas práticos de física. Ela integra conceitos matemáticos, como regressão linear, no contexto físico, mostrando como os métodos matemáticos podem ser aplicados para analisar e interpretar dados experimentais em Física. Além disso, exibe conhecimento pedagógico de aplicações (APK) ao orientar os alunos no uso de ferramentas tecnológicas, como calculadoras gráficas, para analisar e representar graficamente os dados experimentais. Ela enfatiza a importância de entender não apenas os conceitos físicos, mas também como aplicar ferramentas matemáticas para investigar e interpretar fenómenos físicos. Em suma, ao planear e implementar tarefas interdisciplinares com o uso da tecnologia, a professora de Física mobiliza uma ampla gama

de domínios de conhecimento, incluindo CK, PCK, AK e APK, demonstrando assim uma compreensão abrangente e integrada dos conceitos físicos e matemáticos e suas aplicações. Esses domínios de conhecimento influenciam a sua prática de ensino, moldando o que acontece em sala de aula.

Agradecimentos

Este trabalho é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia que financiou o projeto TecTeachers (https://doi.org/10.54499/2022. 03892. PTDC).

Referências bibliográficas

Aguirre-Muñoz, Z., Dang, B., & Loria Garro, E. S. (2022). *Impact of Integrated Science and Mathematics Instruction on Middle School Science and Mathematics Achievement*. IntechOpen. https://doi.org/10.5772/intechopen.104082

An, S. A. (2017). Preservice teachers' knowledge of interdisciplinary pedagogy: The case of elementary mathematics–science integrated lessons. *ZDM Mathematics Education, 49*(2), 237–248. https://doi.org/10.100711858- 016-0821-9

Baumert, J., & Kunter, M. (2013). The COACTIV model of teachers' professional competence. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers. Results from the COACTIV project* (pp. 25–48). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5149-5_2

Coelho, T., & Rocha, H. (2022). A interdisciplinaridade em contexto de integração da tecnologia: o conhecimento profissional de professores de matemática e de físico-química. In A. S. Rodrigues, A. Domingos, A. P. Canavarro, H. Martins, L. Serrazina, & P. C. Teixeira (2022). *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática - EIEM 2022: Desenvolvimento curricular* (pp.346-349). SPIEM - Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education, 34*, 12–25. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001

Frykholm, J., & Glasson, G. (2005). Connecting science and mathematics instruction: pedagogical context knowledge for teachers. School. *Science and Mathematics, 105*(3),127–14. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2005.tb18047.x

Galili, I. (2018). Physics and mathematics as interwoven disciplines in science education. *Science & Education, 27*, 7–37. https://doi.org/10.1007/s11191-018-9958-y

Gess-Newsome, J., Taylor, J. A., Carlson, J., Gardner, A. L., Wilson, C. D., & Stuhlsatz, M. A. M. (2019). Teacher pedagogical content knowledge, practice, and student achievement. *International Journal of Science Education, 41*(7), 944–963. https://doi.org/10.1080/09500693.2016.1265158

Greef, L. de, Post, G., Vink, C., & Wenting, L. (2017). *Design interdisciplinary education. A practical handbook for university teachers*. Amsterdam University Press.

Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, A. (2014). *STEM integration in K-12. Status, prospects, and an agenda for research*. National Academies Press. https://doi.org/ 10.17226/18612

Keller, M. M., Neumann, K., & Fischer, H. E. (2017). The impact of physics teachers' pedagogical content knowledge and motivation on students' achievement and interest. *Journal of Research in Science Teaching, 54*, 586–614. https://doi.org/10.1002/tea.21378

Kjeldsen, T. H., & Lützen, J. (2015). Interactions between mathematics and physics: The history of the concept of function—Teaching with and about nature of Mathematics. *Science & Education, 24*(5-6), 543–559. https://doi.org/10.1007/s11191-015-9746-x

König, J., Blömeke, S., Paine, L., Schmidt, W. H., & Hsieh, F. J. (2011). General pedagogical knowledge of future middle school teachers: On the complex ecology of teacher education in the United States, Germany, and Taiwan. *Journal of Teacher Education, 62*, 188–201. https://doi.org/10.1177/0022487110388664

McHugh, L., Kelly, A. M., & Burghardt, M. D. (2018). Professional development for a middle school mathematics-infused science curriculum. *Journal of Science Teacher Education, 29*(8), 804–828. https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1514825

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108*, 1017–1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Osborne, J. (2014). Teaching scientific practices: Meeting the challenge of change. *Journal of Science Teacher Education, 25*(2), 177–196. https://doi.org/10.1007/s10972-014-9384-1

Palmgren, E., & Rasa, T (2024). Modelling roles of mathematics in physics. *Science & Education, 33*, 365–382. https://doi.org/10.1007/s11191-022-00393-5

Park, W., Kim, D., & Kang, D. Y. (2021). Research trends in science and mathematics education in South Korea 2014-2018: A cross-disciplinary analysis of publications in selected local journals. *Asia-Pacific Science Education, 7*(2), 280–308. https://doi.org/10.1163/23641177-bja10029

Pospiech, G. (2019). Framework of mathematization in physics from a teaching perspective. In G. Pospiech, M. Michelini, & B. S. Eylon (Eds.), *Mathematics in physics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04627-9_1

Rocha, H. (2019). Interdisciplinary tasks: Pre-service teachers' choices and approaches. In L. Leite, E. Oldham, L. Carvalho, A.S. Afonso, F. Viseu, L. Dourado & M. H. Martinho (Eds.), *Proceedings of the ATEE Winter Conference 'Science and mathematics education in the 21st century* (pp. 82-93). ATEE and CIEd.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of a new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Viseu, F., & Rocha, H. (2020). Interdisciplinary technological approaches from a mathematics education point of view. In L. Leite, E. Oldham, A. Afonso, F. Viseu, L. Dourado, & H. Martinho (Eds.), *Science and mathematics education for 21st-century citizens: challenges and ways forward* (pp. 209-229). Nova Science Publishers.

Wong, V., & Dillon, J. (2020). Crossing the boundaries: Collaborations between mathematics and science departments in English secondary (high) schools. *Research in Science & Technological Education, 38*(4), 396–416. https://doi.org/10.1080/02635143.2019.1636024

Yin, R.K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th edition). Sage Publications.

Zhang, D., Orrill, C., & Campbell, T. (2015). Using the mixture rasch model to explore knowledge resources students invoke in mathematics and science assessments. *School Science and Mathematics, 115*(7), 356–365. https://doi.org/10.1111sm.12135

Caracterização do conhecimento mobilizado por professores de matemática: Um estudo de caso com diferentes tecnologias

Characterizing the knowledge mobilized by mathematics teachers: A case study with different technologies

Maria do Carmo Botelho[1], *Helena Rocha*[2]

[1]Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa,
mcb17696@campus.fct.unl.pt

[2]CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa
hcr@fct.unl.pt

Resumo. *O potencial da tecnologia no ensino e aprendizagem da matemática é amplamente reconhecido, no entanto a concretização deste potencial exige que os professores possuam os conhecimentos necessários para a integrar efetivamente, nas suas práticas pedagógicas. Este estudo tem como objetivo caraterizar o conhecimento do professor de matemática quando utiliza diferentes tecnologias no ensino e na aprendizagem. Pretende ainda estudar a existência de relações entre os domínios específicos do Conhecimento para o Ensino da Matemática com Tecnologia – KTMT e a integração da calculadora gráfica e do GeoGebra. A metodologia adotada é qualitativa, com uma abordagem interpretativa, recorrendo a dois estudos de caso de duas professoras de Matemática A do 11.º ano, ambas com uma vasta experiência no uso da tecnologia em sala de aula. Este estudo mostra que são mobilizados diferentes conhecimentos do KTMT de acordo com a tecnologia escolhida, e de que forma as características específicas de cada uma delas, influenciaram as opções pedagógicas das professoras.*

Abstract. *The potential of technology to enhance the learning of mathematics is widely acknowledged. However, realizing this potential requires teachers to possess the knowledge to effectively integrate it into their teaching practices. This study aims to characterize the mathematics teachers' knowledge when using different technologies in teaching and learning. It also aims to study the existence of relationships between the specific domains of the* Knowledge for Teaching Mathematics with Technology *– KTMT and the integration of graphing calculator and GeoGebra. The methodology adopted is qualitative with an interpretative approach, based on two case studies of Mathematics teachers of the 11th grade (16-17 years old) with extensive experience in the use of technology. This study shows that different KTMT knowledge is mobilized, according to the technology chosen and the specific characteristics of each of the technologies used influenced the teachers' pedagogical choices.*

Palavras-chave: Integração da Tecnologia; Conhecimento do Professor; KTMT; Matemática

Keywords: Technology Integration; Teacher Knowledge; KTMT; Mathematics

1. Introdução

O uso da tecnologia no ensino de matemática tem levado diversos autores a investigar o conhecimento específico necessário para ensinar matemática com tecnologia (Clark-Wilson et al., 2020; Drijvers, 2019; 2016; Rocha, 2020a), mas são poucos os que se centram no conhecimento dos professores para apoiar os alunos na transição entre diferentes tecnologias (Bretscher, 2022). Para que seja possível criar e implementar ambientes de aprendizagem, os professores devem ter um conhecimento não apenas da Matemática que lecionam, mas também das ferramentas tecnológicas disponíveis e do seu potencial para explorar ideias matemáticas, assim como dos aspetos pedagógicos relacionados com o ensino e a aprendizagem da disciplina (Kim, 2018).

No que se refere ao conhecimento necessário para a integração da tecnologia na prática profissional, são poucos os estudos que abordam o contributo do recurso a diferentes tecnologias no desenvolvimento profissional dos professores e, de que forma são mobilizados os diferentes domínios do seu conhecimento (Rocha, 2020b).

Embora seja reconhecido pelos professores a necessidade de conhecerem as funcionalidades da tecnologia, para Clark-Wilson et al. (2014) o desenvolvimento profissional dos professores deve centrar-se no conhecimento do conteúdo matemático e no conhecimento do conteúdo pedagógico para o ensino da matemática, para que estes consigam reconhecer os limites e potencialidades da integração das tecnologias nas suas práticas.

Esta investigação tem como objetivo caracterizar o conhecimento dos professores de matemática quando usam diferentes tecnologias no ensino e aprendizagem de matemática. Pretende-se especificamente estudar a existência de relações entre os domínios específicos do modelo *Knowledge for Teaching Mathematics with Technology* – KTMT (Rocha, 2020b) e a integração da tecnologia escolhida. Pretende-se ainda responder às seguintes questões:

1. Que domínios do KTMT são enfatizados quando o professor integra a tecnologia na prática profissional?
2. Que diferenças existem nos conhecimentos mobilizados pelo professor quando a tecnologia muda?

2. Enquadramento teórico

O quadro teórico deste estudo centra-se no modelo KTMT de Rocha (2020b) (Figura 1), pois este integra num único modelo a investigação centrada no conhecimento profissional, e a investigação centrada no uso da tecnologia. No KTMT são considerados como domínios base de conhecimento a Matemática (MK), o Currículo, o Ensino-Aprendizagem e a Tecnologia (TK).

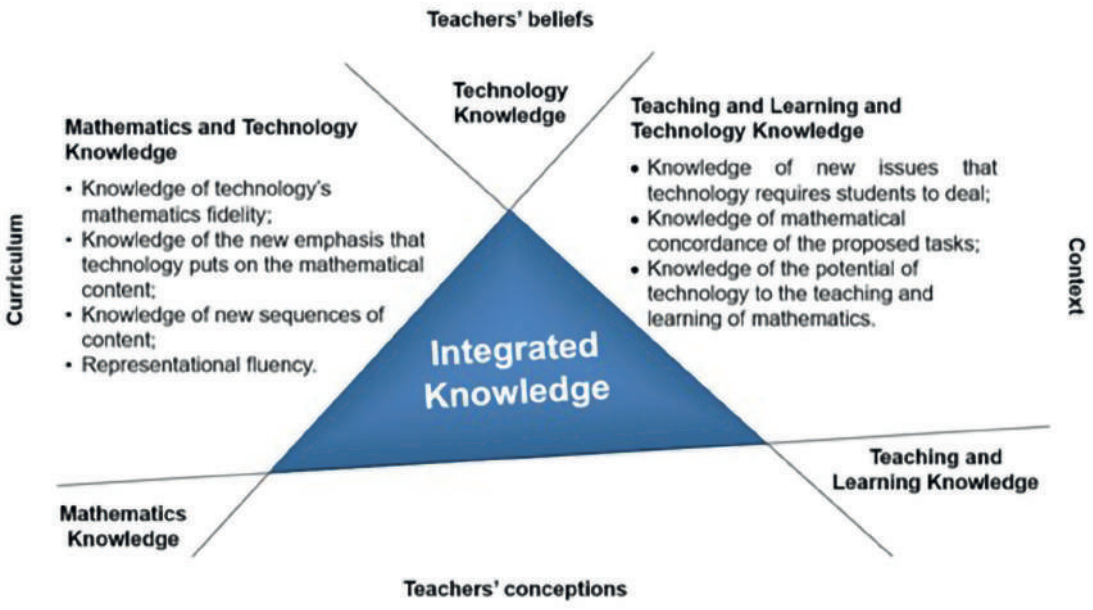


Figura 1. Modelo KTMT (Rocha, 2022)

O domínio de base da Matemática (MK) inclui o conhecimento de conceitos e teorias e procedimentos da área disciplinar, envolvendo também o conhecimento da natureza da matemática. O conhecimento de base da Tecnologia envolve a capacidade de operar com determinada tecnologia e consiste essencialmente em saber como ela funciona ou, por outras palavras, o que faz e como faz. O conhecimento de base do Ensino e da Aprendizagem envolve o conhecimento sobre a forma como os alunos pensam e aprendem, inclui a compreensão dos processos habitualmente utilizados pelos alunos, as suas dificuldades associadas a conteúdos específicos, a capacidade de antecipar esses problemas e de os resolver. Este conhecimento está relacionado com o conhecimento pedagógico que inclui as escolhas feitas pelo professor nas diferentes fases do ensino, bem como o conhecimento da sequência das atividades, dos diferentes tipos de tarefas e da forma como os alunos trabalham.

Valorizando particularmente o conhecimento desenvolvido a partir de mais do que um dos domínios base, o KTMT inclui dois conjuntos de conhecimentos interdomínios: o Mathematics and Technology Knowledge – MKT e o Teaching and Learning and Technology Knowledge – TLTK. O MTK centra-se na forma como a tecnologia influencia a matemática e o TLTK inclui a forma como a tecnologia afeta ou influencia o ensino e a aprendizagem, reforçando ou restringindo certas abordagens (Tabela 1).

O KTMT incluí ainda Conhecimento Integrado (IK), sendo este um conhecimento detido pelo professor resultante da articulação simultânea de todos os outros domínios (base, MKT e TLTK).

As estratégias usadas pelo professor para integrar diferentes tecnologias nas suas aulas, podem ser assentes na compreensão matemática ou nos procedimentos técnicos específicos de cada tecnologia (Botelho & Rocha, 2022). Contudo, tal como realçado por Bretscher (2022, p. 2522):

A tecnologia como recurso de ensino da matemática precisa de ser simultaneamente visível, para que possa ser notada e utilizada na prática do ensino de matemática, e invisível para que a atenção seja centrada no objeto de estudo, o ensino da matemática aos alunos. As particularidades da utilização de uma tecnologia específica, para ensinar matemática, influenciam a matemática que pode ser ensinada.

Tabela 1. Conhecimentos integrados no MTK e TLTK

MTK	TLTK
– Conhecimento da fidelidade matemática da tecnologia, – Conhecimento das novas ênfases que a tecnologia coloca sobre a matemática, – Conhecimento de novas sequências dos conteúdos – Fluência representacional	– Conhecimento das novas questões com que a tecnologia confronta os alunos, – Conhecimento da concordância matemática das tarefas propostas, – Conhecimento de diferentes tipos de tarefas e de como tirar partido das potencialidades disponibilizadas pela tecnologia

3. Metodologia

Atendendo ao objetivo deste estudo, a metodologia escolhida para esta investigação é de natureza qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen,1994). Recorreu-se a dois estudos de caso de duas professoras de Matemática do ensino secundário, que designaremos por Camila e Leonor. As duas professoras têm mais de 25 anos de experiência profissional e, muita experiência na utilização de diferentes tecnologias no ensino da Matemática.

A recolha de dados decorreu numa turma do 11.º ano de Matemática A, de cada uma das professoras, e incluiu a observação não-participante de dezasseis aulas na turma de Camila e de catorze aulas na turma de Leonor, com duração de 50 minutos cada, durante o tema das sucessões e duas entrevistas, antes e depois de cada aula. Estas entrevistas tiveram como objetivo recolher o ponto de vista das professoras sobre as razões subjacentes às opções metodológicas adotadas e uma reflexão relativamente às aulas.

Em todas as aulas observadas, e entrevistas realizadas, foi feito um registo áudio e a respetiva transcrição. Todas as informações escritas no quadro, foram recolhidas pelo investigador durante a observação da aula, como complemento aos dados recolhidos no áudio.

Com base nas tarefas propostas pelas professoras e de acordo com a natureza do estudo, a análise de dados foi maioritariamente de natureza descritiva e interpretativa, tendo a mesma sido orientada pelas questões de investigação, com foco no uso da calculadora gráfica e do GeoGebra.

Para a análise de dados, foram identificados e analisados os momentos em que diferentes domínios do KTMT foram mobilizados durante a utilização das diferentes tecnologias e, tendo em conta os objetivos do estudo, foi dada especial atenção aos domínios do conhecimento: TK, TLTK e MTK, com o intuito de identificar a mobilização do conhecimento associado a cada um destes. Nos casos em que foram mobilizados vários domínios, foi efetuada uma análise exaustiva para determinar qual o domínio que parecia ser predominante.

4. Resultados

4.1 Camila

Camila iniciou o estudo sobre a monotonia de sucessões propondo à turma, uma tarefa com recurso à calculadora gráfica. A tarefa consistia no estudo da monotonia de sucessões através da exploração dos gráficos. Apesar de os alunos estarem habituados ao uso da calculadora gráfica nas aulas, durante a realização da tarefa, foi necessário a professora dar orientações sobre o uso do menu Recursão da calculadora gráfica. Após a tarefa, os alunos passaram à resolução de exercícios. Posteriormente, a professora propôs uma tarefa exploratória para o estudo de sucessões do tipo , usando o GeoGebra.

4.1.1. Tarefa a monotonia e sucessões limitadas

Camila inicia o tema das sucessões recorrendo à calculadora gráfica para o estudo da monotonia e para a verificação se a mesma era limitada. Sendo a primeira vez que o menu *Recursão* da calculadora gráfica era usado em aula, a professora deu orientações técnicas especificas e exemplificou-as para que os alunos replicassem os procedimentos nas suas máquinas (TK). Dada a sucessão , a professora explica como inserir a expressão da mesma na calculadora gráfica (TK), começando por definir o tipo de expressão para o termo geral (Figura 2) (MK) visualizando de seguida a tabela com os quatro primeiros termos de (Figura 3).

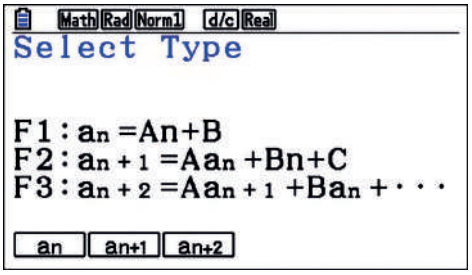


Figura 2. Menu de seleção do termo geral

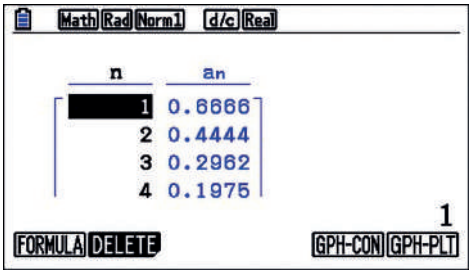


Figura 3. Tabela com os primeiros quatro termos de b_n

Com a apresentação do gráfico da sucessão numa janela de visualização standard, foi necessário Camila dar orientações para a alteração da mesma (TLTK), discutindo com a turma os valores adequados dos parâmetros. Reconhecendo que ajustar a janela de visualização é um processo difícil quando usam a calculadora gráfica, Camila começa por apresentar o gráfico numa janela *standard*, com o objetivo de criar nos alunos a necessidade de a ajustarem, e deste modo conseguirem encontrar uma janela mais adequada:

> Camila: A minha ideia era que eles primeiro vissem o gráfico [de] na janela standard e a partir daí levá-los a perceber que a janela tinha de ser ajustada. Depois de verem o primeiro gráfico, foi fácil encontrarem os valores adequados para janela de visualização (...). (Entrevista pós-aula)

Apesar de Camila realçar a necessidade de mudar a janela de visualização para resolver adequadamente esta tarefa, a maioria dos alunos, sem a chamada de atenção da professora, não sentiu essa necessidade e consequentemente, a intenção de confrontar os alunos com algum trabalho em torno da janela de visualização, não foi alcançada.

4.1.2. Tarefa o limite do quociente de sucessões

Esta era uma tarefa exploratória que consistia no estudo da existência de limite de sucessões do tipo , com . Camila pretendia que, ao atribuir valores aos quatro parâmetros, os alunos estudassem a existência do limite de através da representação gráfica obtida, com recurso ao GeoGebra. Pretendia-se ainda que os alunos estudassem a influência dos parâmetros b e d no limite da sucessão através do gráfico obtido nesta tecnologia (TLTK).

Na segunda parte da tarefa foi também solicitado o estudo da convergência das sucessões do tipo com . Para a realização desta tarefa era indicado no enunciado que era necessário atribuir valores a a, b e d, de forma a variar o sinal do quociente . A escolha da tecnologia para a realização desta tarefa, prendeu-se com o facto da atribuição dos valores para os parâmetros, segundo Camila, não exigir que os alunos pensassem numa janela de visualização do gráfico adequada (MTK), uma vez que no GeoGebra este processo é simples, em comparação com a calculadora gráfica (TLTK). Esta é uma questão relevante no momento em que a professora escolhe a tecnologia que vai integrar nas suas aulas:

> Camila: (...) eu prefiro que nesta tarefa eles [alunos] utilizem o GeoGebra, porque para a representação dos 100 primeiros termos na calculadora é necessário ajustar a janela de visualização e, eles iriam demorar muito tempo a fazer isso na calculadora. (...) Alguns alunos ainda precisam que eu os ajude a escolher uma janela de visualização adequada (...). A escolha dos parâmetros da sucessão também se torna mais fácil de fazer no GeoGebra. Eu não vou exigir que façam, mas no GeoGebra até podiam fazer a variação dos valores [de a, b, c e d] com uns seletores. (Entrevista pré-aula)

4.2. Leonor

Leonor iniciou o estudo de sucessões convergentes ou divergentes propondo à turma, uma tarefa de exploração com recurso ao GeoGebra. A tarefa consistia no estudo de sucessões convergentes e divergentes através da exploração dos gráficos. Apesar de não ser a primeira vez que os alunos usavam esta tecnologia, durante a realização da mesma foram dadas orientações sobre alguns dos seus comandos. Após esta tarefa, os alunos resolveram alguns exercícios analiticamente. Posteriormente, os alunos passaram ao estudo de sucessões com limite infinito (infinitamente grande positivo ou infinitamente grande negativo), usando a calculadora gráfica. A professora também decidiu propor uma tarefa orientada, com o intuito de os alunos no final da mesma conseguirem provar analiticamente a definição de infinitamente grande positivo ou a definição de infinitamente grande negativo.

4.2.1 Tarefa a conjetura sobre o limite

Nesta tarefa era solicitado aos alunos a formulação e prova de uma conjetura sobre o limite de sucessões convergentes ou divergentes. O trabalho começou pela análise de alguns exemplos de sucessões, tendo o GeoGebra assumido um papel central.

A professora propôs uma tarefa exploratória com o intuito de levar os alunos, através da representação gráfica de diferentes sucessões, a deduzir as propriedades de sucessões convergentes ou divergentes (TLTK). Leonor afirma que o seu principal objetivo é ajudar os alunos a identificar o gráfico de sucessões convergentes e divergentes e, relacioná-los com o termo geral da sucessão, algo que ela sabe que nem sempre é fácil:

> Leonor: A utilização do GeoGebra (...) permite visualizar facilmente as representações gráficas das sucessões e permite que os alunos desenvolvam, uma coisa que eu penso que é importante, a capacidade de interpretação. (Entrevista pré-aula)

A intenção de Leonor era inicialmente privilegiar uma abordagem gráfica, deixando o trabalho analítico para o final da aula. Na segunda parte da tarefa, era solicitado que os alunos, com recurso ao GeoGebra, observassem e analisassem o gráfico de quatro sucessões e, de seguida preenchessem uma tabela (figura 4), indicando se a sucessão não tem limite, se o limite é ou

Sucessão	Não tem limite	O limite é $+\infty$	O limite é $-\infty$
$A_n = 2n - 3$			
$B_n = n^2 - 14n + 20$			
$C_n = 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^n$			
$D_n = (-1)^n \times \frac{2n-3}{n}$			

Figura 4. Tabela com as expressões algébricas das sucessões dada no enunciado

Embora a janela de visualização fosse um aspeto que Leonor não contava referir nesta tarefa, deu algumas indicações técnicas de funcionamento do GeoGebra:

> Leonor: Se precisarem de ajustar a janela podem usar as definições dos eixos ou premir Shift com o rato em cima de uma das marcas do eixo que pretendem alterar e movê-lo (por exemplo, se for o eixo Ox, arrastam horizontalmente). (Aula)

A professora desenvolve esta tarefa baseando-se no seu conhecimento sobre o potencial da tecnologia para ensinar matemática (TLTK) e tendo conhecimento das dificuldades sentidas pelos alunos, opta por recorrer à tecnologia para começar por uma abordagem gráfica.

4.2.2 Tarefa Infinitamente grande positivo ou negativo

Com uma tarefa orientada, a professora pretendia através de uma abordagem gráfica e tabular, levar os alunos a provar analiticamente as definições de infinitamente grande positivo e infinitamente grande negativo:

> Leonor: A minha ideia é primeiro eles fazerem o estudo com uma abordagem gráfica com a calculadora [gráfica] e só depois seguirem para a parte analítica com a definição de infinitamente grande positivo ou negativo. (...) eu sei que eles têm sempre dificuldade em trabalhar com estas definições e por isso não quero começar por aí. (Entrevista pré-aula)

A opção pela integração desta tecnologia, resultou da estratégia escolhida para a exploração da tarefa. Leonor referiu que nesta segunda tarefa pretendia que os alunos mobilizassem não apenas os conhecimentos técnicos que possuíam da calculadora gráfica, mas que os interligassem aos conhecimentos matemáticos:

> Leonor: Eu quero que usem a calculadora porque com a calculadora eles [alunos] para usarem os diferentes menus e as ferramentas têm que saber o conceito matemático. Por exemplo no GeoGebra para saberem as coordenadas do ponto de interseção podem usar apenas o cursor e na calculadora não. A calculadora só lhes vai dar o ponto de interseção, se eles souberem que para lá chegar têm de usar essa tecla (...). (Entrevista pré-aula)

Com recurso à calculadora gráfica, era solicitado que fossem analisados os gráficos das sucessões, assim como as representações tabulares de e . Utilizando as ferramentas disponibilizadas por esta tecnologia, Leonor pretendia que os alunos encontrassem o menor número natural, a partir do qual todos os termos da sucessão fossem maiores que 10, 1000 e 10000 (MTK). Para tal, a professora deu como orientação a necessidade de representar os gráficos das retas de equação y=10, y=1000 e y=10000 (Figura 5):

> Leonor: Estou a pensar começar com uma abordagem gráfica. Vou pedir que tentem através do gráfico da sucessão encontrar o menor número natural a partir do qual os termos da sucessão são maiores ou menores que 10, 1000 ou 10000. (...) No enunciado eu digo para visualizarem o gráfico da sucessão e destas três retas. (Entrevista pré-aula)

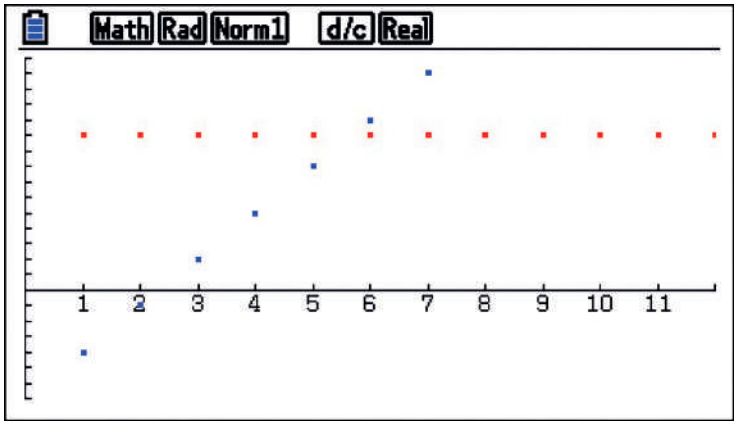


Figura 5. Representação gráfica de U_n e da reta y=10

Posteriormente pretendia-se que os alunos averiguassem, utilizando as ferramentas disponibilizadas pela calculadora (TLTK), se haveria algum valor real L, para o qual não era possível encontrar uma ordem que a partir da mesma todos os termos da sucessão são maiores que esse valor L. Este processo foi repetido para e . Por fim, a tarefa é finalizada com a prova, recorrendo ao cálculo algébrico, que é infinitamente grande positivo e infinitamente grande negativo (MK). Verifica-se que a opção metodológica adotada por Leonor, pressupunha um reconhecimento de como a articulação de diferentes representações pode ter impacto no desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos e como a tecnologia pode facilitar esse processo (MTK).

5. Conclusão

Para as duas professoras a tecnologia é um recurso importante nas suas aulas, contudo consideram que a mesma não pode retirar a atenção da matemática que está a ser ensinada (Bretscher, 2022). Com a integração da calculadora gráfica e do *GeoGebra* nas duas tarefas sobre sucessões, as duas professoras pretendiam que os alunos se familiarizem com as ferramentas disponibilizadas por estas duas tecnologias.

Embora se reconheça as opções pedagógicas que a tecnologia vem permitir (Clark-Wilson et al.,2020; Bretscher, 2022; Rocha, 2020a, 2020b), as características específicas de cada uma das tecnologias usadas, influenciou as opções pedagógicas das duas professoras, durante a resolução das tarefas (Ruthven, 2009).

Que domínios do KTMT são enfatizados quando o professor integra a tecnologia na prática profissional?

O modelo KTMT procura englobar os domínios do conhecimento considerados relevantes na investigação, com as especificidades da tecnologia. Destaca-se a importância da influência da tecnologia nos diferentes domínios do conhecimento, enfatizando a necessidade do desenvolvimento do MTK e do TLTK para uma integração eficaz da tecnologia, na prática profissional (Rocha, 2020). Considera-se assim, que estes conhecimentos interdomínios são essenciais como base da análise do conhecimento do professor (Rocha, 2020b).

Com a integração de diferentes tecnologias nas aulas, diversos domínios do KTMT foram enfatizados, tal como destacado por Rocha (2020a, 2020b). Esses domínios incluiam o TK, uma vez que as professoras orientaram os alunos sobre o uso específico de ferramentas das duas tecnologias utilizadas. O MTK foi igualmente mobilizado quando as professoras selecionaram a tecnologia que consideraram mais apropriada para cada tarefa, olhando à facilidade de uso e à capacidade de explorar diferentes aspetos matemáticos. A escolha das estratégias pedagógicas, de acordo com as potencialidades das diferentes tecnologias, revelou a mobilização do TLTK.

Na realização das tarefas propostas, a integração da tecnologia na prática profissional, mostrou a existência de uma interligação entre o conhecimento matemático e estratégias pedagógicas eficazes, conforme considerado no KTMT.

Constata-se que o conhecimento das dificuldades dos alunos na procura de uma janela de visualização adequada (TLTK) influenciou a escolha da tecnologia a usar nas diferentes tarefas e foi decisivo para a escolha das tarefas propostas aos alunos.

O conhecimento do impacto da janela de visualização no aspeto do gráfico (MTK), levou as professoras a considerar que as tarefas têm diferentes graus de dificuldade, de acordo com a tecnologia escolhida.

Que diferenças existem nos conhecimentos mobilizados pelo professor quando a tecnologia muda?

Ao adaptarem as suas estratégias para diferentes tecnologias (GeoGebra e calculadora gráfica), constata-se que as professoras demonstram ter um conhecimento do impacto da tecnologia no ensino de matemática (MTK). Neste sentido, as professoras deram as orientações específicas tendo ajustado as abordagens às ferramentas disponibilizadas por cada uma das tecnologias. É este conhecimento das estratégias mais adequadas a cada situação, que influenciou as orientações dadas pelos professores (TLTK) (Rocha, 2020a).

O uso de diferentes tecnologias, requereu diferentes orientações técnicas, por parte dos professores, refletindo desta forma uma compreensão do impacto das mesmas no ensino e na aprendizagem, mobilizando para isso o TLTK. Os professores guiaram os alunos na manipulação da tecnologia, não só com o objetivo de melhorar a compreensão visual dos gráficos, mas também com a intenção de conciliar o conhecimento matemático aprendido.

Constatou-se ainda que o conhecimento que os professores revelam ter sobre o impacto que a janela de visualização reflete no aspeto do gráfico, permitiu-lhes uma análise do grau de dificuldade que está associado a cada uma das tarefas (MTK) (Rocha, 2020a). Nas tarefas com recurso à calculadora gráfica foi necessária uma orientação mais detalhada de como utilizar os diferentes menus, como por exemplo no ajuste da janela de visualização para a obtenção do gráfico.

Com as duas tecnologias, foi possível articular as representações algébrica, tabular e gráfica para uma melhor compreensão dos alunos, no entanto, constatou-se uma maior mobilização do MTK com a calculadora gráfica. Nesta tecnologia, a exploração de um gráfico dinâmico e a necessidade de ajustar a janela de visualização, proporcionou uma abordagem mais exploratória sobre os termos da sucessão. Conclui-se então, que a integração de diferentes tecnologias teve impacto na forma como o conteúdo matemático é ensinado (Bretscher, 2022).

Em resumo, as abordagens pedagógicas adotadas pelos professores, refletem o nível de desenvolvimento do seu KTMT. A procura de uma integração eficaz do conhecimento matemático, com o conhecimento das ferramentas tecnológicas disponíveis e com a implementação de estratégias pedagógicas adequadas, permite criar um ambiente de aprendizagem enriquecedor. A integração de diferentes tecnologias, possibilita ainda a mobilização de diferentes domínios do conhecimento e, em algumas situações, um conhecimento integrado.

Reconhecemos que este estudo é limitado pela análise de apenas duas tecnologias e não abrange a diversidade existente, estudos futuros devem ser concebidos para observar a integração de um maior número de tecnologias com professores em serviço e em pré-serviço.

Agradecimentos

Este trabalho é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, I.P., que concedeu uma bolsa de doutoramento à primeira autora (2021.04983. BD) e financiou o projeto TecTeachers (https://doi.org/10.54499/2022.03892.PTDC).

Referências bibliográficas

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.

Botelho, M. C., & Rocha, H. (2022). O conhecimento profissional do professor de matemática na integração de diferentes tecnologias. In A. Silvestre, C. Torres, H. Pinto, J. Cabral & M. Rodrigues (Eds.), *Proceedings of the XXXII* Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 158-161). Associação de Professores de Matemática.

Bretscher, N. (2022). Teachers' knowledge for supporting transitions between dynamic digital technologies and static environments. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 2516-2523). Free University of Bozen-Bolzano and ERME. https://hal.science/hal- 0374748

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Sinclair, N. (2014). *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM, 52*(7), 1223-1242. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0

Drijvers, P. (2019). Head in the clouds, feet on the ground – A realistic view on using digital tools in mathematics education. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Eds.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (pp. 163–176). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_12

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education: A concise topical survey*. Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4_1

Handal, B., Cavanagh, M., Wood, L., & Petocz, P. (2011). Factors leading to the adoption of a learning technology: The case of graphics calculators. *Australasian Journal of Educational Technology*, *27*(2), 343-360. https://doi.org/10.14742/ajet.974

Kim, S. (2018). Technological, pedagogical, and content knowledge (TPACK) and beliefs of preservice secondary mathematics teachers: Examining the relationships. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(10), 1-24. https://doi.org/10.29333/ejmste/93179

Rocha, H. (2020a). Graphical representation of functions using technology: a window to teacher knowledge. *Teaching Mathematics and its Applications*, *39*(2), 105-126. https://doi.org/10.1093/teamat/hrz011

Rocha, H. (2020b). Using tasks to develop pre-service teachers' knowledge for teaching mathematics with digital technology. *ZDM, 52*(7), 1381-1396. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01195-1

Rocha, H. (2022). Pre-service teachers' knowledge and the use of different technologies to teach Mathematics. In A. Mesquita, A. Abreu, & J. V. Carvalho (Eds.), Perspectives and Trends

in Education and Technology (pp. 505-515). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-16-5063-5_42

Ruthven, K. (2009). *Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics. Education and Didactique, 3*(1), 131-159. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.434

Um caminho para a aprendizagem da grandeza massa

A path to learning the mass magnitude

Marta Teixeira[1], *Lurdes Serrazina*[2], *João Pedro da Ponte*[3]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *martateixeira@edu.ulisboa.pt*
[2]Escola Superior de Educação de Lisboa, UIDEF, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *lurdess@eselx.ipl.pt*
[3]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *jpponte@ie.ulisboa.pt*

Resumo. *Esta comunicação apresenta um caminho seguido por alunos de uma turma do 4.º ano na aprendizagem da grandeza massa, através de recortes de algumas tarefas exploratórias desenvolvidas em sala de aula. Estas tarefas são parte de uma sequência integrada num estudo mais amplo, que inclui uma experiência de ensino. O estudo segue uma abordagem qualitativa-interpretativa, na modalidade de investigação baseada em design. A recolha de dados foi feita por observação participante, recorrendo a gravações vídeo, registos fotográficos, produções escritas dos alunos e diário de bordo. A análise de dados baseia-se na análise de conteúdo dos momentos de discussão coletiva. São analisadas as resoluções dos alunos e as ações do professor e da investigadora na condução daquele momento. Os dados mostram a evolução do conhecimento conceptual e processual dos alunos sobre a grandeza. As ações do professor e da investigadora foram um contributo a esta aprendizagem.*

Abstract. *This communication presents a path followed by 4th grade students in learning the mass magnitude, through excerpts from some exploratory tasks conducted in the classroom. These tasks are part of a sequence integrated into a broader study, which includes a teaching experiment. The study adopts a qualitative-interpretative approach, within the framework of design-based research. Data collection was carried out through participant observation, using various instruments: video recordings, photographic records, students' written productions, and a logbook. Data analysis is based on the content analysis of moments of whole class discussion. Students' strategies and the actions of the teacher and researcher in guiding those moments are analyzed. The data demonstrate the evolution of students' conceptual and procedural knowledge in the domain of mass. The actions of the teacher and researcher contributed to this learning.*

Palavras-chave: Grandeza Massa; Medida da Massa; Medir
Keywords: Mass Magnitude; Mass Measurement; Measure

Introdução

Ao iniciarem a escolaridade, os alunos apresentam noções sobre os diferentes temas curriculares a estudar, adquiridos em contextos informais, em particular sobre Medida. A aprendizagem baseada nos conhecimentos intuitivos e nas experiências prévias dos alunos com medições, facilita a compreensão dos atributos mensuráveis e o significado de me-

dir (NCTM, 2007). Estes conhecimentos iniciais devem constituir a base da aprendizagem (MacDonald & Lowrie, 2011).

A medição é uma atividade quotidiana e medir corretamente é essencial. Contudo, o trabalho realizado em sala de aula nem sempre valoriza a medida, privilegiando os números e operações (Smith III & Barrett, 2017). Com esta comunicação pretendemos apresentar um caminho seguido por alunos de uma turma do 4.º ano na aprendizagem da grandeza massa, através de recortes de algumas tarefas exploratórias realizadas em sala de aula.

Grandeza massa

Massa e peso são dois termos usados frequentemente como sinónimos, embora sejam grandezas distintas. A massa é uma grandeza escalar e representa a quantidade de matéria de um objeto, que se mantém constante relativamente ao local da Terra onde se encontra; o peso é uma grandeza vetorial, definida como a força que atrai um objeto para a Terra e que pode variar conforme o local onde se encontra (Ponte & Serrazina, 2000). Breda et al. (2011) esclarecem que esta confusão se deve ao uso do termo "peso" para descrever tanto a força gravitacional como a massa e ao facto de serem usadas balanças como instrumentos de medida, embora estas tenham funcionamento distinto.

O estudo apresentado nesta comunicação foi realizado com alunos do 1.º ciclo do ensino básico (CEB), onde esta distinção não é clara e, normalmente, os dois termos são usados como sinónimos, referindo-se à quantidade de matéria de um objeto.

O processo de medição

A aprendizagem da medida envolve o uso e a compreensão de procedimentos, mas também a compreensão dos conceitos (Mwale & Jakobsen, 2022; Solomon et al., 2015). Diversos estudos têm sido realizados sobre o conhecimento conceptual dos alunos na medição do comprimento e da área, mas poucos têm abordado a grandeza massa, o que torna os resultados desses estudos pertinentes para o avanço do conhecimento sobre esta grandeza (McDonough et al., 2013; Mwale & Jakobsen, 2022). Solomon et al. (2015) indicam que um número considerável de alunos, competentes no processo de medir, mostram dificuldades no seu conhecimento conceptual.

Os estudos de Piaget et al. (1960) indicam três fases no processo de medição: 1) comparação percetiva entre dois objetos; 2) deslocamento de objetos; e 3) uso da propriedade transitiva, que envolve a conservação da grandeza, surgindo a noção de unidade. Para Ponte e Serrazina (2000) os aspetos básicos da medição incluem: 1) comparação direta; 2) ordenação/seriação; 3) comparação indireta; 4) transitividade; e 5) conservação. No processo de medição da massa, destaca-se a importância da comparação indireta, dado que é através desta comparação que se suporta o processo de medição da grandeza. Passelaigue e Munier (2015) atribuem grande importância às atividades de comparação direta e indireta, uma vez que os alunos não precisam de trabalhar com números ou unidades, podendo concen-

trar-se apenas nos atributos mensuráveis dos objetos e nos processos básicos de medição. Cheeseman et al. (2011) defendem que nos primeiros anos, os alunos devem experienciar situações que envolvam a comparação e ordenação de objetos quanto à massa, proporcionando assim o desenvolvimento intuitivo da grandeza. McDonough et al. (2013) apresentam como ideias fundamentais da massa: 1) comparação, juntamente com conservação e transitividade; e 2) unidade, em conjunto com a quantificação e o uso de escalas.

A idade e a ordem pela qual estes conceitos devem ser trabalhados têm vindo a ser discutidos na literatura. Para MacDonald (2011), estes conceitos são a base para a compreensão da medição e devem ser considerados na aprendizagem da medida de qualquer grandeza, para que os alunos possam obter uma compreensão sólida sobre o processo de medição, sem atender à ordem pela qual são desenvolvidos, permitindo uma aprendizagem significativa sobre o processo.

MacDonald (2010) apresenta quatro ideias construídas pelos alunos sobre a massa, tendo por base as suas experiências prévias, que é necessário desconstruir: 1) se um objeto é leve, é possível pegar nele; 2) quanto maior o objeto, mais pesado é; 3) se dentro de um objeto couberem outros objetos, é porque esse objeto é pesado; 4) se um objeto flutua é porque é leve. McDonough et al. (2013) referem que a medição da massa pode envolver operações mentais complexas, assim como a medição de outras grandezas, mas se forem proporcionadas experiências de aprendizagem ricas e adequadas, os alunos podem pensar de forma construtiva sobre essas complexidades. De acordo com o NCTM (2007), o processo de medição de qualquer grandeza é semelhante: 1) seleção da unidade de medida (u.m.); 2) comparação da u.m. com a grandeza a medir; 3) determinação do número de u.m. necessárias. Este número pode ser obtido pela iteração da u.m. e contagem dessas iterações, ou por meio de um instrumento de medida.

As tarefas e as ações do professor

Ponte (2005) refere que quando os alunos realizam uma determinada tarefa envolvem-se numa atividade, logo, a tarefa é o objetivo da atividade e a atividade é o resultado do seu envolvimento na tarefa (Christiansen & Walther, 1986). A aprendizagem resulta da atividade que os alunos realizam e da reflexão que fazem sobre esta (Ponte, 2005). Destaca-se, assim, a importância das tarefas a propor, pois têm implícita uma oportunidade de aprendizagem. Entre os diferentes tipos de tarefas, umas apelam mais à memória e ao treino, enquanto outras dirigem-se a processos mais complexos de pensamento. Ponte (2005) propõe quatro tipos essenciais de tarefas: exercícios, problemas, investigações e explorações. A distinção entre tarefas, tendo em conta a sua natureza, nem sempre é fácil, além de que nenhuma categorização esgota as diferentes tarefas que se podem realizar na sala de aula (Boavida et al., 2008). Ponte (2005) refere que a diversidade e a articulação de tarefas com diferentes níveis de desafio é essencial, pois cada tipo de tarefa desempenha um papel diferente na aprendizagem dos objetivos curriculares. Porém, selecionar boas tarefas não garante a realização da aprendizagem (Brodie, 2010; Ponte, 2005), é igualmente importante o papel e a ação do

professor, quer na forma como apresenta a tarefa quer como conduz a sua realização em sala de aula (Canavarro, 2011; Ponte, 2005). Numa aula exploratória (Canavarro, 2011) destacam-se as tarefas de exploração, investigação e problemas (Ponte, 2005), permitindo o papel ativo dos alunos na descoberta e construção do conhecimento. Uma aula desta natureza organiza-se em três momentos: 1) introdução da tarefa; 2) trabalho autónomo; e 3) discussão coletiva e síntese das aprendizagens. Este último momento assume especial importância, pois suporta a construção coletiva do novo conhecimento, através da partilha de raciocínios, justificação e argumentação de ideias e da negociação de significados (Staples, 2007). Dada a sua complexidade, a discussão coletiva necessita de ser preparada e orquestrada pelo professor. Stein et al. (2008)student-centered instructional tasks face challenges that go beyond identifying well-designed tasks and setting them up appropriately in the classroom. Because solution paths are usually not specified for these kinds of tasks, students tend to approach them in unique and sometimes unanticipated ways. Teachers must not only strive to understand how students are making sense of the task but also begin to align students' disparate ideas and approaches with canonical understandings about the nature of mathematics. Research suggests that this is difficult for most teachers (Ball, 1993, 2001; Leinhardt & Steele, 2005; Schoenfeld, 1998; Sherin, 2002 apresentam um modelo com cinco práticas que apoia o professor nesta preparação e condução: 1) antecipação de estratégias; 2) monitorização do trabalho autónomo; 3) seleção de estratégias; 4) sequenciação dessas estratégias; e 5) estabelecer conexões entre as estratégias.

As ações do professor em conjunto com as tarefas influenciam a aprendizagem (Stein et al., 2008)student-centered instructional tasks face challenges that go beyond identifying well-designed tasks and setting them up appropriately in the classroom. Because solution paths are usually not specified for these kinds of tasks, students tend to approach them in unique and sometimes unanticipated ways. Teachers must not only strive to understand how students are making sense of the task but also begin to align students' disparate ideas and approaches with canonical understandings about the nature of mathematics. Research suggests that this is difficult for most teachers (Ball, 1993, 2001; Leinhardt & Steele, 2005; Schoenfeld, 1998; Sherin, 2002. Ponte et al. (2013) propõem um modelo de análise das ações do professor na condução das discussões coletivas: 1) convidar, iniciando a discussão; 2) apoiar/guiar, conduzindo os alunos na apresentação da informação; 3) informar/sugerir, introduzindo informação, apresentando argumentos ou validando respostas; e 4) desafiar, incentivando os alunos no desenvolvimento do conhecimento.

Metodologia

Os recortes aqui apresentados são parte de tarefas exploratórias realizadas em sala de aula. Estas tarefas constituem parte de uma sequência integrada num estudo mais amplo, que inclui uma experiência de ensino realizada numa escola pública do distrito de Lisboa, numa turma de 4.º ano, constituída por 18 alunos (9 e 10 anos). O estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994) na modalidade de investigação basea-

da em *design* (Ponte et al., 2016). Os dados foram recolhidos por observação participante, usando gravações vídeo, registos fotográficos, produções dos alunos e diário de bordo. A análise de dados baseia-se na análise de conteúdo das intervenções nos momentos de discussão coletiva. São analisadas as resoluções dos alunos e as ações do professor e da investigadora (primeira autora) na condução daquele momento. A análise destas ações teve como suporte o quadro de Ponte et al. (2013) e o quadro de indicadores de Araman et al. (2019) com algumas adaptações.

De acordo com a metodologia adotada, o estudo desenvolve-se em três fases: 1) preparação da experiência; 2) realização em sala de aula; e 3) análise retrospetiva. Na primeira fase, e em colaboração com o professor da turma, foram analisados documentos curriculares nacionais e internacionais, relacionados com o tema Medida, e ainda o quadro teórico referente a grandezas e medidas. Seguiu-se a formulação de uma conjetura, pela investigadora com o suporte dos outros autores, orientadora da experiência de ensino, que considera que os alunos desenvolvem a compreensão de grandeza, assim como o respetivo processo de medição, percorrendo cinco níveis de desenvolvimento: 1) identificação do atributo a medir; 2) medição informal: comparação de dois objetos; 3) medição informal: iteração da u.m.; 4) medição com u.m. padronizadas; e 5) relação entre as u.m. padronizadas. Com base nesta conjetura, foi construída uma trajetória hipotética de aprendizagem para o desenvolvimento da grandeza massa. Para cada um dos níveis, e com a colaboração do professor, foi construída e planificada uma sequência de tarefas exploratórias, desafiantes e articuladas entre si, de modo a estabelecerem um percurso de aprendizagem coerente (Ponte, 2005). A construção das tarefas foi da responsabilidade da investigadora, que depois as discutiu com o professor, fazendo-se a adequação à turma. Na fase de realização em sala de aula, todas as tarefas propostas foram acompanhadas pela investigadora, como observadora participante, sendo as aulas ministradas pelo professor. As intervenções da investigadora foram acordadas com o professor, por este não estar confortável com o ensino exploratório, embora seja um profissional experiente. A partir da reflexão conjunta, realizada no final de cada aula, a sequência de tarefas inicialmente definida era revista por ambos, analisando-se a necessidade de ajustamentos. Esta análise reflexiva foi considerada uma análise preliminar dos dados (Molina et al., 2007).

Na terceira fase, com vista a uma análise retrospetiva, a investigadora procedeu à transcrição integral de todas as aulas onde foram desenvolvidas as tarefas apresentadas, para análise aprofundada.

Uma vez que o professor já tinha iniciado o estudo da grandeza massa e trabalhado as u.m. fora do âmbito desta experiência, demos continuidade a este estudo, trabalhando pela primeira vez o processo de medição. Começámos por comparar a massa dos objetos usando balanças de pratos, medir massas usando as mesmas balanças e balanças digitais, resolver problemas envolvendo a comparação de massas com balanças de pratos e desenvolvemos dois projetos (que não cabem no âmbito desta comunicação). A tabela 1 apresenta a relação entre as tarefas propostas e os respetivos níveis de desenvolvimento da conjetura.

Tabela 1. Tarefas propostas e respetivos níveis de desenvolvimento da conjetura

Tarefa	Níveis de desenvolvimento
1. Comparação de massas/o grama	2. Medição informal: comparação de 2 objetos 3. Medição informal: iteração da u.m. 4. Medição com u.m. padronizadas
2. Qual a massa?	4. Medição com u.m. padronizadas
3. Qual será a ficha falsa?	2. Medição informal: comparação de 2 objetos
4. Extensão da tarefa 3	2. Medição informal: comparação de 2 objetos
5. Projeto "Qual a massa da turma?"	4. Medição com u.m. padronizadas 5. Relação entre as u.m. padronizadas
6. Projeto "Desperdício alimentar"	4. Medição com u.m. padronizadas 5. Relação entre as u.m. padronizadas

Com este percurso trabalhámos os níveis 2 a 5 da conjetura definida. Algumas tarefas respeitavam a mais do que um nível de desenvolvimento. Foi também nossa intenção envolver os alunos em situações de aprendizagem ricas (Ponte, 2005), que contribuíssem para o desenvolvimento do conhecimento sobre a grandeza, nomeadamente a compreensão conceptual e processual do processo de medição e a sua aplicação em contextos reais.

Resultados

Em todas as tarefas apresentadas, a forma de organização da aula foi a mesma. O professor começou com a distribuição, a cada grupo, do enunciado da tarefa e do respetivo material físico para a sua concretização. Deu algum tempo para que os alunos se apropriassem da mesma e esclareceu dúvidas relacionadas com a sua interpretação. Por fim, estabeleceu o tempo limite para o trabalho autónomo. Findo este tempo seguiu-se a discussão coletiva. No final da discussão de cada tarefa foi feita a sistematização das aprendizagens pelo professor e pela investigadora, com a colaboração dos alunos.

Apresentamos a seguir as tarefas e alguns recortes dos respetivos momentos de discussão coletiva, que pareceram mais significativos. Os nomes usados são fictícios, preservando o anonimato dos participantes.

Tarefa 1. Comparação de massas/o grama

Esta tarefa permitiu trabalhar a comparação direta, nomeadamente comparar massas de objetos usando a balança de pratos e identificar objetos com a mesma massa, podendo assim consolidar o conceito de massa.

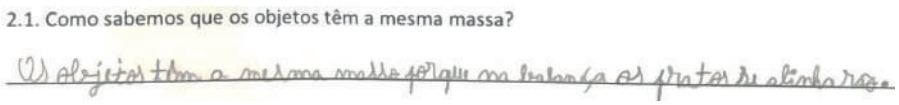
Após convite do professor, Carlos relatou a descoberta do seu grupo relativamente à comparação de massas de diferentes objetos:

> Carlos: O frasco é mais pesado do que o cubo.
> Professor: Ou seja…
> Carlos: O frasco tem mais massa do que o cubo.

No relato de Carlos é possível perceber que o grupo associou o ser mais pesado a ter mais massa. A intervenção do professor pretendeu apoiar o aluno na clarificação da sua resposta.

Quanto à identificação de objetos com a mesma massa, a maioria dos grupos conseguiu descobri-los através da comparação objeto-objeto e objeto-objetos.

Para responder à questão "Como é que sabemos que os objetos têm a mesma massa?", a resposta do grupo de Rui mostra compreensão na leitura e interpretação da balança de pratos (Figura 1), apesar do português.


2.1. Como sabemos que os objetos têm a mesma massa?

Os objetos têm a mesma massa porque na balança os pratos se alinharam.

Os objetos têm a mesma massa porque na balança os pratos alinharam-se.

Figura 1. Resposta do grupo de Rui

Como a tarefa foi subdivida, foi ainda possível trabalhar o processo de medição com u.m. padronizadas, nomeadamente a medição de massas com menos de 1 quilograma (1 kg) usando o grama (g) como u.m. Os alunos mediram a massa dos vários objetos usando a balança de pratos, colocando e tirando pesos da balança, até que esta ficasse equilibrada, como observado no trabalho autónomo. Na discussão coletiva foi debatido o facto de objetos iguais apresentarem massas diferentes, tendo os alunos concluído e o professor sistematizado que os instrumentos de medida usados foram diferentes e os frascos, embora aparentemente fossem iguais, tinham massa diferente.

Dado que as medidas apresentadas variavam pouco entre si, entre 1 e 5 gramas, foi possível discutir o facto de a medida ser sempre um valor aproximado, devido "aos instrumentos que usamos para medir", como justificou Duarte. Porém não foi referido que a forma como cada um olha para a posição dos pratos da balança pode levar a leituras diferentes.

Tarefa 2. "Qual a massa?"

Os alunos pegaram no peso de 1 kg a fim de percecionarem a sua massa para, de seguida, arrumarem os objetos em três grupos: os que tinham massa maior do que 1 kg, igual a 1 kg e menor do que 1 kg. Esta arrumação envolveu também a comparação direta de massas (objeto-kg), podendo estabelecer-se relações entre os objetos, pela propriedade transitiva, e a comparação indireta. Martinho apresentou a distribuição feita pelo seu grupo (Figura 2), após o convite do professor.

> Martinho: […] quase todos os objetos foram para a massa menor do que 1 kg. Só as 2 bolas é que foram para a massa igual. Ao pegarmos [nos objetos] não nos pareceu serem muito pesados [justificando].
>
> Professor: Turma… o que é que têm a dizer?
>
> Miguel: As 2 bolas podiam estar na massa maior [do que 1 kg].
>
> Professor: Porquê?

Miguel: Porque ao pegarmos, nós vimos que […] tinham mais massa [do que 1 kg]… e quando nós sentimos o peso [de 1 kg] tinha menor massa.

Figura 2. Distribuição dos objetos feita pelo grupo de Martinho

Martinho justificou a distribuição dos objetos por *parecer não serem muito pesados*. O professor desafiou os alunos a refletirem sobre a estratégia do grupo. Miguel sugeriu uma distribuição diferente para as bolas, justificando, depois de desafiado, com a sua perceção de massa de 1kg.

Rui não ficou esclarecido e questionou o grupo sobre a estratégia usada:

Rui: Vocês fizeram primeiro a bola grande e sentiram que era igual [a 1 kg] e depois já sabiam que a bola pequena era igual?

Martinho: Não. Nós comparámos as 2 […] uma de cada vez. Pegámos numa [a bola grande] e pusemos no igual, porque parecia que era igual. Depois a [bola] pequena, era parecida com a grande… tinham mais ou menos a mesma massa.

Rui tentou perceber se o grupo comparou as duas bolas com o kg, ou se apenas comparou a bola grande com a medida padrão, deduzindo que a pequena seria igual. Pela resposta de Martinho, o grupo usou a comparação direta bola grande-kg e bola grande-bola pequena, concluindo, por comparação indireta e usando a propriedade transitiva, que ambas teriam a massa de 1 kg. Os restantes grupos também estabeleceram a relação entre as bolas.

Esta tarefa possibilitou ainda relacionar diferentes u.m. de massa, kg e g.

Investigadora: O pacote de arroz [pesa 997g] … quanto falta para ter 1 kg?

Santiago: Faltam 3 gramas.

Professor: Então… quer dizer…

Santiago: … que 1 kg…

Professor: … é igual…

Alunos: A 1000 gramas.

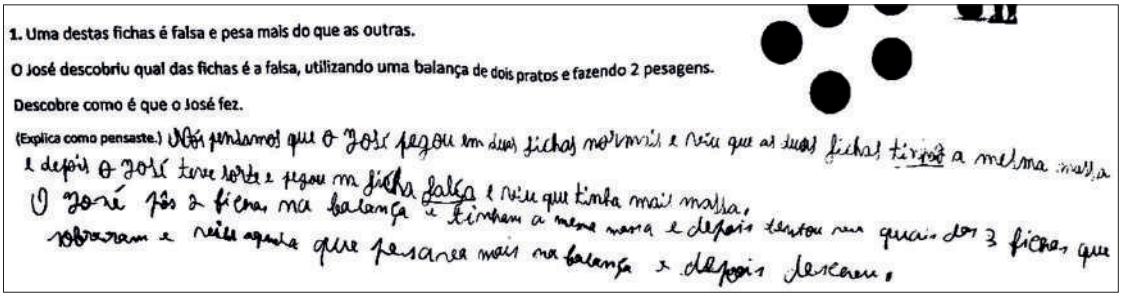
Com a questão que colocou, a investigadora desafiou os alunos, de modo indireto, a relacionar o kg com o g. O professor, na ação de apoiar/guiar, conduziu o pensamento dos alunos nessa relação.

Tarefa 3. "Qual será a ficha falsa?"

A tarefa envolveu a comparação de objetos, mas não uma comparação simples. De um conjunto com cinco fichas, sendo uma falsa e mais pesada do que as outras, usando no máximo duas pesagens, os alunos tiveram de descobrir a ficha falsa.

Para alguns grupos, esta tarefa constituiu um verdadeiro problema (Ponte, 2005), revelando grandes dificuldades na sua compreensão e na forma de representar a estratégia, por não se tratar de uma representação dinâmica, sendo os próprios a decidir o que mostrar nessa representação. Constatámos, durante o trabalho autónomo, que o número de pesagens exigido no enunciado também estava a ser um obstáculo à resolução, pelo que decidimos pedir aos alunos que descobrissem a ficha falsa, independentemente do número de pesagens que tivessem de fazer.

Após convite do professor, Rui apresentou a estratégia do seu grupo, Figura 3.


1. Uma destas fichas é falsa e pesa mais do que as outras.

O José descobriu qual das fichas é a falsa, utilizando uma balança de dois pratos e fazendo 2 pesagens.

Descobre como é que o José fez.

(Explica como pensaste.) Nós pensamos que o José pegou em duas fichas normais e viu que as duas fichas tinham a mesma massa e depois o José teve sorte e pegou na ficha falsa e viu que tinha mais massa.
O José pôs 2 fichas na balança e tinham a mesma massa e depois tentou ver quais das 3 fichas que sobraram e viu aquela que pesava mais na balança e depois desceu.

Nós pensámos que o José pegou em duas fichas normais e viu que as duas fichas tinham a mesma massa e depois o José teve sorte e pegou na ficha falsa e viu que tinha mais massa.

O José pôs 2 fichas na balança e tinham a mesma massa e depois tentou ver quais das 3 fichas que sobraram [era a falsa] e viu aquela que pesava mais na balança e depois desceu.

Figura 3. Estratégia apresentada pelo grupo de Rui.

Este grupo optou por escrever a estratégia. O 1.º parágrafo não é esclarecedor e levanta algumas questões: O que são fichas normais? (embora se subentenda); Como souberam que as 2 fichas tinham a mesma massa?; Como é que o José "viu" que aquela ficha era a falsa? O 2.º parágrafo parece a repetição do anterior, ligeiramente mais completo, mas também não é claro. Fica a dúvida: será que os alunos escreveram os dois parágrafos como se fossem as duas pesagens solicitadas no enunciado?

> Duarte: Tenho uma dúvida! […] Como é que vocês sabem que a ficha é falsa, se a balança não mostra qual é a mais leve e a mais pesada?

A dúvida de Duarte parece relacionar-se com a representação estática da balança.

O professor sugeriu que representassem a estratégia no quadro, usando ímanes e recorrendo ao desenho. Margarida, outro elemento do grupo, desenha uma balança de dois pratos e coloca um íman em cada um.

> Margarida: As 2 fichas tinham a mesma massa […] os pratos estão alinhados, em equilíbrio.
> Duarte: Os pratos estão equilibrados no desenho, mas pode haver a ficha falsa, que é mais

pesada, e depois não vai mostrar qual é o prato que fica mais para baixo e o prato que fica mais em cima.

Para Duarte, a representação da estratégia estava a ser uma situação abstrata, o que lhe continuou a suscitar muitas dúvidas.

Margarida: Nós simulámos que o José tirou esta ficha.

[tira o íman do prato esquerdo, apaga-o, desenha-o novamente, mais abaixo, simulando uma situação de desequilíbrio].

E depois, quando ele pôs esta ficha no prato [colocando outro íman no prato anterior], o prato foi mais para baixo. E isso significava que esta ficha era a falsa.

Embora o pensamento de Margarida estivesse correto, a aluna teve necessidade de alterar a ilustração inicial, em vez de desenhar uma nova.

Duarte: Ok! Mas eu tenho outra dúvida! Ele pôs essa ficha e viu que era mais pesada do que as outras. E as outras 2 fichas? Também podiam ser mais pesadas.

Margarida: Nesta parte ele teve sorte.

Duarte não entendeu que só uma das fichas seria mais pesada do que as outras, por isso essa seria a ficha falsa, ou continuou a não entender que seriam os alunos, nas suas estratégias, a decidir onde se encontrava a ficha falsa e assim desenharem os pratos da balança em desequilíbrio. Margarida respondeu à questão do colega com o fator sorte, ignorando o enunciado do problema, que dizia que só havia uma ficha falsa e que pesava mais do que as outras. Uma vez que o grupo já tinha encontrado essa ficha, todas as outras teriam a mesma massa.

A estratégia do grupo de Santiago foi mais clara e completa, Figura 4.

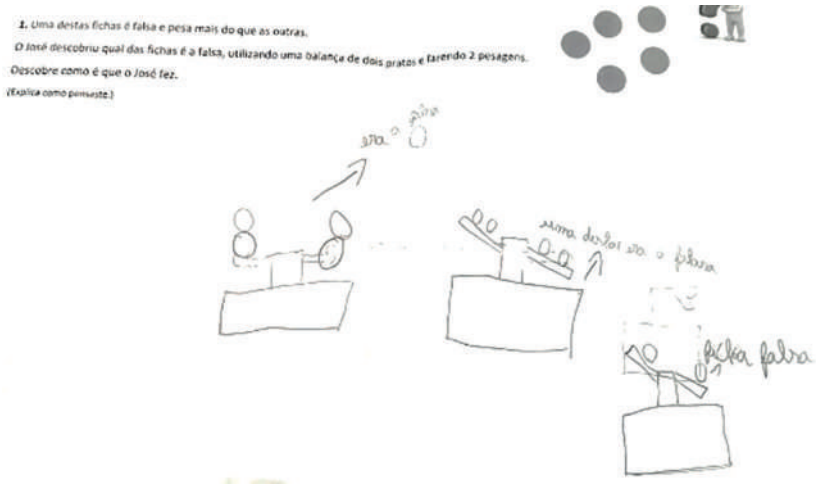


Figura 4. Estratégia apresentada pelo grupo de Santiago.

Santiago: Nós começámos por meter duas fichas em cada prato [1.ª ilustração]. Depois, se os pratos ficassem equilibrados, a ficha que estava de fora era a falsa. […] Mas depois nós fizemos outra estratégia como se o prato ficasse desequilibrado [2.ª ilustração]. Então, se aqui o prato está mais para baixo, uma destas fichas é a falsa [apontando

para este prato na 2.ª ilustração]. Então, depois nós pegámos nestas duas fichas e metemos uma ficha aqui e outra aqui [uma em cada prato, na 3.ª ilustração] e a que ficava mais para baixo era a falsa.

Santiago referiu duas estratégias para a resolução do problema, mas na realidade é só uma que, consoante o resultado da primeira pesagem, pode implicar ou não uma segunda.

Tarefa 4. Extensão da tarefa 3

Após a discussão coletiva do problema anterior, pareceu-nos que os alunos ficaram esclarecidos, colmatando as suas dificuldades relacionadas com a interpretação do problema e a representação da estratégia. Assim, decidimos fazer uma extensão ao problema, aumentando o grau de dificuldade, passaram a ser oito fichas e o número de pesagens deveria ser respeitado, três e depois duas.

Com três pesagens, os grupos não demonstraram dificuldades. Surgiram duas estratégias diferentes: 1) utilização das 8 fichas na 1.ª pesagem, colocando quatro em cada prato da balança e 2) utilização de quatro fichas na 1.ª pesagem, 2 em cada prato, e posterior utilização das outras quatro fichas, respeitando o número de pesagens.

Com duas pesagens apresentamos a estratégia do grupo de Carlos, Figura 5.

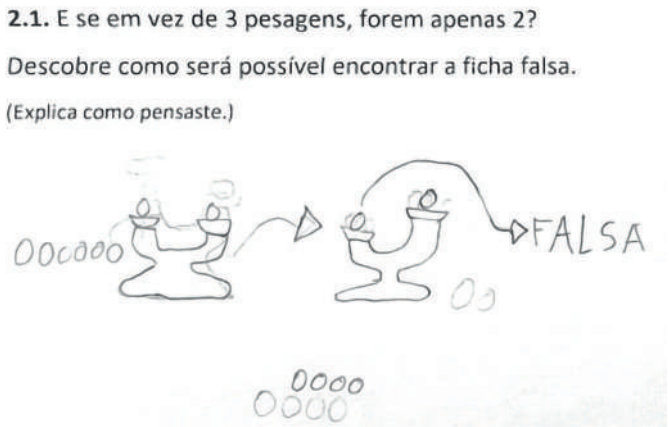


Figura 5. Estratégia apresentada pelo grupo de Carlos.

Benedita [membro do grupo]: Nós começámos por usar só 2 fichas, uma em cada prato [1.ª ilustração] e a balança ficou equilibrada. Então, nenhuma destas 2 fichas era a falsa […] e usámos outras 2 fichas [das 6 que sobravam] e vimos que esta [do prato esquerdo da 2.ª ilustração] era mais pesada do que esta [do prato direto da mesma ilustração]. Então, esta [do prato esquerdo] era a falsa.

Carlos: E sobraram 4 fichas.

[…]

Santiago: Foi sorte! [referindo-se à descoberta] […] Porque eles, nas 2 pesagens, só utilizaram 4 fichas e deixaram as outras 4 fichas de fora. E a ficha falsa podia estar nessas 4 fichas.

Professor: […] como já tinham feito as 2 pesagens, não conseguiam descobrir.

A estratégia usada pelo grupo, levou Santiago a concluir que a descoberta da ficha falsa teria sido por sorte, uma vez que ainda tinham 4 fichas para usar. O professor apoiou/guiou o aluno clarificando a sua justificação.

Rui ainda questionou a utilização de apenas duas fichas na primeira pesagem, mas os alunos não conseguiram justificar.

A estratégia do grupo de Rui é apresentada na Figura 6.

Figura 6. Estratégia apresentada pelo grupo de Rui.

> Rui: Nós pegámos em 6 fichas [3 em cada prato] e vimos que a balança ficava equilibrada [1.ª ilustração]. E depois, as 2 que sobraram, sabíamos que uma delas era a falsa. […] Depois pegámos nas 2 e fomos medir [colocando uma em cada prato da 2.ª ilustração] e este prato desceu. Isto significa que esta é a ficha falsa [apontando para o prato direito da 2.ª ilustração].

Nesta estratégia, o grupo começou por usar seis fichas. Na primeira pesagem, como a balança equilibrou, a ficha falsa só poderia ser uma das duas que sobravam, pelo que, na segunda pesagem foi identificada.

A estratégia do grupo de Santigo inclui a do grupo de Rui, mas os alunos pensaram mais além. O que aconteceria se, na primeira pesagem a balança não tivesse ficado equilibrada? Os alunos apresentaram todas as possibilidades de resposta.

Conclusão

O percurso aqui apresentado permitiu trabalhar o processo de medição da grandeza massa, bem como o seu conceito que, embora os alunos já tivessem iniciado o respetivo estudo, ainda não tinham tido oportunidade de o fazer de modo sistemático. Foram proporcionadas situações de comparação direta e indireta de objetos (Passelaigue & Munier, 2015), estando a propriedade transitiva muito associada a esta última comparação.

Na primeira tarefa foi possível perceber que os alunos já tinham a noção do atributo massa, como esperado, e apresentavam conhecimentos informais sobre a leitura e interpretação de balanças de pratos, que serviram de base aos novos conhecimentos (MacDonald & Lowrie, 2011). O mesmo se verificou na tarefa 2 em que as estratégias apresentadas pareceram basear-se nos conhecimentos e experiências prévias dos alunos. A tarefa 3 constituiu mesmo um problema para alguns alunos (Ponte, 2005), nomeadamente Duarte, tanto na sua compreensão como na representação da estratégia, tendo sido tomada a decisão de alterar o enunciado, no decorrer da aula, para que os alunos não se desmotivassem e desistissem da sua resolução. A extensão do problema permitiu voltar a aumentar o grau de dificuldade. Assim, podemos concluir que os alunos adquiriram conhecimentos processuais e conceptuais sobre o processo de medição da grandeza massa (Mwale & Jakobsen, 2022; Solomon et al., 2015). A discussão coletiva das tarefas a par das ações do professor e da investigadora, revestiram-se de grande importância para a construção do novo conhecimento.

Agradecimentos

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e Tecnologia, por meio de uma bolsa atribuída à primeira autora (2021.04798.BD).

Referências bibliográficas

Araman, E. M. de O., Serrazina, M. D. L., & Ponte, J. P. da. (2019). "Eu perguntei se o cinco não tem metade": ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, *21*(2), 466–490. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. ME, DGIDC.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). Geometria e medida no ensino básico. In *Lisboa. Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular*. ME, DGIDC.

Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11–17.

Cheeseman, J., McDonough, A., & Clarke, D. (2011). Investigating Children ' S Understanding of the Measurement of Mass. In J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, & S. Thornton (Eds.), *Mathematics: Traditions and [new] practices [Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia]* (pp. 174–182). AAMT & MERGA.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243–307). Reidel.

MacDonald, A. (2010). Heavy Thinking: Young Children'sTheorising About Mass. *APMC*, *15*(4), 4–8.

MacDonald, A. (2011). Young Children's Representations of Their Developing Measurement Understandings. In *Mathematics: Traditions and Practices* (pp. 482–490).

MacDonald, A., & Lowrie, T. (2011). Developing measurement concepts within context: Children's representations of length. *Mathematics Education Research Journal*, *23*(1), 27–42. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s13394-011-0002-7

McDonough, A., Cheeseman, J., & Ferguson, S. (2013). *Young children's emerging understandings of the measurement of mass*. https://doi.org/10.1177/183693911303800403

Molina, M., Castro, E., & Castro, E. (2007). Teaching Experiments within Design Research. *The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences, 2*(4), 435–440.

Mwale, L., & Jakobsen, A. (2022). An investigation of teacher 's practices when teaching mass measurement in grade 4 in Malawi. *Twelfth Congress of the European Soiety for Research in Mathematics Education (CERME 12)*.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. APM.

Passelaigue, D., & Munier, V. (2015). Schoolteacher trainees' difficulties about the concepts of attribute and measurement. *Educational Studies in Mathematics*, *89*(3), 307–336. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9610-6

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. Routledge.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. *O Professor e o Desenvolvimento Curricular*, *1*, 11–34.

Ponte, J. P. da, Carvalho, R., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, *25*(2), 77–98. https://doi.org/10.48489/quadrante.22934

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22 (2)*, 55–81. https://doi.org/10.48489/quadrante.22894

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.

Smith III, J. P., & Barrett, J. (2017). The learning and teaching of measurement: Coordinating quantity and number. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 355–385). National Council of Teachers of Mathematics.

Solomon, T. L., Vasilyeva, M., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental Psychology*, *51*(11), 1564–1573. https://doi.org/10.1037/a0039707

Staples, M. (2007). Supporting Whole-Class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. *CRME*, *25*(2), 161–217.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Conduzir discussões coletivas e promover a comunicação num Estudo de Aula em Matemática

Leading whole-class discussions and promoting communication in a Mathematics Lesson Study

Filipa Faria[1], *João Pedro da Ponte*[2], *Margarida Rodrigues*[3], *Marisa Quaresma*[4]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *filipa.faria@edu.ulisboa.pt*
[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *jpponte@ie.ulisboa.pt*
[3]Escola Superior de Educação de Lisboa, *margaridar@eselx.ipl.pt*
[4] Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *mq@campus.ul.pt*

Resumo. *Conduzir discussões coletivas e promover a comunicação em Matemática são dois desafios relacionados e que se colocam à prática do professor. O estudo de aula é reconhecido como um processo de desenvolvimento profissional que contribui para a promoção de discussões coletivas. No entanto, é necessário compreender como é que esse desenvolvimento ocorre. Assim, procuramos identificar o contributo do estudo de aula no desenvolvimento da prática de condução da discussão coletiva de uma professora, analisando três momentos: i) a entrevista inicial; ii) o planeamento de uma aula; e iii) a lecionação dessa aula. O estudo insere-se no paradigma interpretativo, seguindo uma abordagem qualitativa, com recurso à análise de discurso. Trata-se de um estudo de caso de uma professora com cerca de 20 anos de serviço no 2.º Ciclo do Ensino Básico, em Portugal, que à data da entrevista inicial nunca tinha participado num estudo de aula. A recolha de dados incluiu a gravação áudio/vídeo da entrevista, bem como das sessões de planeamento da aula e a condução dessa aula de um estudo de aula no qual a professora participou. Os resultados mostram que a fase de planeamento fomentou a reflexão da professora acerca do impacto da sua prática na discussão coletiva. Explorar as resoluções dos alunos numa tarefa de diagnóstico sustentou também esta reflexão, sendo que a discussão coletiva conduzida pela professora promoveu a comunicação entre os alunos acerca das suas ideias matemáticas.*

Abstract. *Leading whole-class discussions and promoting communication in mathematics are two related challenges faced by teachers in their practice. Lesson study is recognized as a professional development process that contributes to the promotion of whole-class discussions. However, it is necessary to understand how this development occurs. Thus, we sought to identify the contribution of lesson study in the development of a teacher's practice of leading whole-class discussion, analyzing three moments: i) in a initial individual interview; ii) in the planning of a lesson; and iii) in the leading of the planned lesson. The study follows the interpretative paradigm, with a qualitative approach, using discourse analysis. It is a case study of a teacher with 20 years of experience in grades 5-6 in Portugal, who at the time of the interview had never taken part in a lesson study. Data collection included the recording of the initial interview, as well as the lesson planning sessions of a lesson study in which the teacher participated, and the leading of the lesson. The results show that the planning phase encouraged the teacher to reflect on the impact*

of her practice on the whole-class discussion. Exploring the students' solutions to a diagnostic task also supported this reflection, and the whole-class discussion led by the teacher promoted communication between the students about their mathematical ideas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Estudo de aula; Comunicação; Discussões Coletivas.

Keywords: Mathematics Education; Lesson Study; Communication; Whole-class Discussions.

Introdução

A investigação sobre discussões coletivas em matemática identificou desafios associados a este momento, nomeadamente a promoção da participação e interação entre alunos (Duarte et al., 2024). No estudo de aula, um processo de desenvolvimento profissional originário do Japão, que se centra na aprendizagem dos alunos, as discussões coletivas são consideradas o coração da aula (Takahashi, 2021).

Takahashi (2021) considera que "para envolver os alunos na discussão, o professor deve ser como o maestro de uma orquestra, levando os alunos a ajudarem-se uns aos outros" (p. 27). Considera ainda que é necessário que os professores se sintam apoiados para lidar com os desafios associados à prática e para experimentarem diferentes abordagens. No estudo de aula, este apoio surge a partir da colaboração entre um grupo de professores que planeia uma aula de investigação em pormenor, que é depois conduzida e refletida (Fujii, 2018; Takahashi, 2021). Nos estudos de aula realizados além do Japão, este processo inclui a presença de um facilitador cujo papel, apesar das adaptações a cada contexto, é apoiar também o desenvolvimento profissional dos professores participantes através, por exemplo, da condução das sessões.

O estudo de aula é reconhecido como um processo que contribui para a promoção de discussões coletivas, sendo necessário compreender melhor como é que esse desenvolvimento ocorre. Neste estudo, o nosso objetivo é identificar o contributo do estudo de aula no desenvolvimento da prática de condução da discussão coletiva de uma professora.

Discussões coletivas e comunicação no ensino-aprendizagem da Matemática

Nas aulas que seguem uma abordagem tradicional, os alunos desempenham o papel de recetores passivos, sendo dispensáveis as interações em sala de aula, nomeadamente os momentos de socioconstrução de conhecimentos (Steinbring, 2004). A investigação em educação tem trazido evidências de que as interações na sala de aula, particularmente entre os alunos, têm um impacto positivo na qualidade das suas aprendizagens (Bishop & Goffree, 1986; Bussi, 1991; Guerreiro & Martins, 2020), valorizando a importância de o ensino-aprendizagem da matemática estar assente na construção social do conhecimento.

A comunicação – competência contemplada nos documentos curriculares (Canavarro et al., 2021) – que se estabelece numa aula de matemática tem as suas especificidades, poden-

do levar ao estabelecimento, explícito ou implícito, de normas sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996). Sierpinska (1998) enfatiza a necessidade de os alunos compreenderem a matemática como uma linguagem sem a aceitar imediatamente como correta. Dessa forma, o conhecimento não pode ser transmitido à medida que emerge das práticas discursivas, como afirma Sierpinska (1998), o que acontece num ensino que se caracteriza, maioritariamente, como transmissivo:

> A matemática é, portanto, também um discurso e, como tal, não é apenas uma ferramenta para resolver problemas, mas algo muito mais influente. É uma forma de ver o mundo e pensar sobre ele. É um universo que se estabelece através da comunicação. (p. 51)

De acordo com Steinbring (2004), ensinar é visto tradicionalmente como o alcançar de uma determinada meta curricularmente pré-definida. Contudo, o mesmo autor refere que é necessário "assumir que o conhecimento na sala de aula é criado e desenvolvido em conjunto apenas na comunicação e interação durante o ensino" (p. 55), sendo que o sucesso ou insucesso do processo de ensino-aprendizagem não pode ser apenas medido do ponto de vista do conhecimento matemático curricular. Essa meta curricular, por sua vez, influencia a construção do novo conhecimento por parte dos alunos, estimulando ou dificultando essa construção.

Uma forma de uma meta curricular estimular a construção do conhecimento é através da promoção de momentos de discussão entre os alunos, sob a orientação do professor. De uma perspetiva socioconstrutivista, Kooloos (2022) considera que um ensino baseado no discurso desenvolve o pensamento matemático dos alunos. Para o autor, isto acontece quando, durante as discussões coletivas, o discurso se constrói a partir das diferentes formas de pensar dos alunos. No seu estudo, considera ainda a distinção entre um discurso coletivo e uma discussão coletiva: o primeiro diz respeito ao diálogo sobre as diferentes ideias dos alunos, enquanto a segunda ocorre quando os alunos se envolvem ativamente com as ideias matemáticas dos seus colegas.

Para que uma discussão coletiva ocorra, ao invés de um discurso coletivo (Kooloos, 2022), a preparação da discussão e a sua condução devem ser aspetos considerados pelo professor na sua prática. No seu estudo, Faria et al. (2024) identificaram, nas entrevistas iniciais, uma tensão entre os objetivos de uma discussão coletiva considerados por professoras com cerca de 20 anos de serviço e a sua prática habitual de preparação e condução deste momento, fazendo com que desafios emergissem ou se complexificassem. Assim, a formação contínua de professores deve considerar estes aspetos em prol de um desenvolvimento profissional que promova também a melhoria da qualidade das aprendizagens dos alunos.

O estudo de aula: desenvolvimento profissional focado no aluno

Com alicerce na prática real de professores, o objetivo do estudo de aula é o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos (Stigler & Hiebert, 1999). Desta forma, as sessões

de preparação de uma aula de investigação têm, idealmente, uma forte componente de antecipação de possíveis dúvidas e estratégias dos alunos em articulação com os documentos orientadores do ensino-aprendizagem da Matemática (Murata, 2011). De acordo com Murata (2011), "enquanto planeiam, [os professores] antecipam as possíveis respostas dos alunos e desenham os detalhes da aula … Durante o planeamento, os professores também têm oportunidade de estudar os materiais curriculares" (p. 3).

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional colaborativo e cíclico que, segundo Fujii (2018), considera a sequência de cinco fases: definição do objetivo de aprendizagem, planeamento da aula, lecionação da aula, discussão pós-aula e reflexão. Embora a interação com os alunos apenas ocorra na aula de investigação, o foco nas suas aprendizagens está presente em todas as fases: considerando as suas dificuldades, os objetivos curriculares que deverão desenvolver, as possíveis estratégias que poderão apresentar e, ainda, como estabelecer conexões matemáticas entre essas possibilidades.

Uma outra particularidade deste processo é que a aula de investigação que é lecionada e observada deve promover a participação dos alunos. No Japão, existe uma estreita relação entre o estudo de aula e o ensino estruturado com resolução de problemas (Fujii, 2018), uma abordagem de ensino que se aproxima bastante da abordagem exploratória (Ponte, 2005). Nesta abordagem, os alunos têm um papel central no seu processo de aprendizagem e as aulas seguem a seguinte estrutura: introdução da tarefa; trabalho autónomo; discussão coletiva e síntese. Na abordagem exploratória, prevê-se que a participação dos alunos seja significativa, nomeadamente nos momentos de discussão coletiva.

Desta forma, num estudo de aula, o objetivo de aprendizagem deve ser definido com clareza, e a comunicação deve ser promovida através da interação quer dos alunos, quer do professor. Assim, através dos momentos de discussão coletiva nos quais os alunos participam ativamente, o professor tem a possibilidade de compreender melhor a atividade matemática desenvolvida, para tomar decisões acerca da sua prática letiva de forma mais sustentada.

Metodologia

Este estudo segue um paradigma interpretativo e abordagem qualitativa, com recurso à análise de discurso (Jorgensen, 1989). Analisamos o caso da professora Marta. Licenciada numa Escola Superior de Educação, leciona há cerca de 20 anos as disciplinas de Ciências e Matemática no 2.º CEB. Foi entrevistada antes da sua participação num primeiro estudo de aula, realizado com um grupo de 9 professores, no ano letivo 2021/22. Identificamos as marcas discursivas de Marta, no que diz respeito à discussão coletiva em matemática e à promoção da comunicação, estabelecendo relações entre a entrevista inicial e a sua intervenção num segundo estudo de aula, já no ano letivo 2022/23.

As participantes deste segundo estudo de aula foram Marta, Diana e Petra (pseudónimos), que trabalhavam na mesma escola. A aula foi preparada para o 5.º ano, no seguimento das

preocupações de Marta e Diana sobre as conceções dos alunos sobre ângulos. A primeira autora foi a facilitadora do estudo de aula, sendo observadora participante.

Os dados analisados nesta comunicação foram recolhidos i) na entrevista individual inicial de Marta (2021-22); ii) nas sessões de planeamento de aula durante o segundo estudo de aula no qual Marta participou (2022-23); e iii) na lecionação da aula de investigação, feita por Marta, numa turma de 5.º ano (2022-23). Após transcrição destes momentos, foram selecionados excertos nos quais Marta dialoga acerca da comunicação em sala de aula e sobre as discussões coletivas. Através de uma análise de discurso indutiva, foram identificadas marcas discursivas, ou seja, passagens que exprimem as ideias-chave de Marta relativamente à discussão coletiva.

Marta foi entrevistada antes de participar pela primeira vez num estudo de aula. Para a entrevista semiestruturada foi elaborado um guião, havendo um bloco que se propunha recolher informações que permitissem caraterizar o sentido atribuído, pela professora, às discussões coletivas e à comunicação no ensino-aprendizagem da Matemática. O segundo estudo de aula no qual Marta participou foi em 2022/23, com Petra e Diana. Neste estudo de aula, as professoras realizaram uma tarefa de diagnóstico com o objetivo de identificar o conhecimento que os alunos já haviam desenvolvido acerca do conceito de ângulo. As respostas dos alunos surpreenderam as professoras que, posteriormente, optaram por construir uma tarefa para a aula de investigação a partir das resoluções dos alunos à tarefa de diagnóstico. Assim, aos alunos foi solicitado que, em pequenos grupos, discutissem diferentes resoluções a todas as questões colocadas na tarefa de diagnóstico. Em seguida, a discussão coletiva seria um momento para discutir conceções alternativas e erros, potenciando a compreensão de significados matemáticos como ângulo e conceitos associados, tal como semirreta ou vértice.

Resultados

Entrevista

Na entrevista, quando questionada sobre como caracterizava a comunicação dos alunos durante a discussão coletiva, Marta respondeu:

> A comunicação, como assim? Para resolver uma atividade às vezes falam mesmo em grande grupo porque eu lanço uma atividade e eles têm a oportunidade de explicar cada um ou explicam no lugar, não é? Tentando por palavras explicar que estratégia é que utilizaram ou como é que chegaram a um determinado resultado ou escrevem no quadro … Pronto, é assim, eu acho que eles conversam. Eu tento trabalhar isso, mas às vezes não é fácil. Eles têm sempre um bocadinho de dificuldade a comunicar.

Nas suas palavras, existe uma forte associação da comunicação dos alunos ao falar, conversar ou explicar estratégias. A professora, ainda que considere que os alunos falem, identifica que esta é uma competência que apresenta desafios para os alunos. Na sequência desta

resposta, questionámos Marta sobre possíveis origens dessa dificuldade em comunicar que identificava nos alunos, tendo acrescentado:

> Eu acho que é mais uma questão de linguagem e conceitos matemáticos. Às vezes eles estão a pensar e até pensam bem ou porque dizem a resposta, e quando nós vamos perguntar como pensaram, eles respondem: "Ai, não sei". Aí eu digo: "Mas tu tens que saber como é que tu pensaste, explica lá, como é que tu pensaste?". Também tento que eles não tenham aquela preocupação em explicar de forma tão formal, não é, que não se preocupem com os conceitos, mas que consigam dizer, transmitir o pensamento… E depois, às vezes, eu vou também fazendo correções e pedindo outra vez para eles explicarem.

Assim, Marta evidencia associar à dificuldade de os alunos comunicarem a compreensão conceptual. Nesta sua intervenção, não é claro como Marta apoia os alunos a desenvolver esta competência, nomeadamente durante a discussão coletiva, atribuindo-lhes a responsabilidade de saberem como pensaram e de transmitir este pensamento. No que diz respeito ao papel da professora, Marta apenas refere corrigir os alunos ou solicitar que expliquem novamente.

Acerca de os alunos comunicarem entre si em situações de desacordo, Marta afirmou:

> Às vezes até ainda é melhor do que sermos nós a explicar. Nem sempre conseguimos fazer isso, mas, uma ou outra vez, pedimos, e eu acho que os alunos também gostam disso pedimos àqueles alunos que terminaram primeiro ou que já têm uma ideia mais formada para ajudar os outros, para se levantarem e irem ajudar. Eles aceitam essa ajuda. Às vezes a linguagem é mais próxima.

A partir destes excertos da entrevista, é evidente que Marta considera que os alunos têm dificuldade em comunicar, nomeadamente durante a discussão coletiva. A professora associa esta dificuldade à fraca compreensão conceptual e à linguagem. Perante esta dificuldade, é habitual Marta corrigir os alunos ou solicitar que repitam a explicação e, ainda que considere positivo que os alunos comuniquem entre si em situações de desacordo, embora não promova de forma contínua a interação entre os alunos.

Estudo de Aula 2

Planificar. Na sessão 4, em resposta a uma questão da facilitadora, Marta começou a refletir sobre a tarefa de diagnóstico, mas esta reflexão tornou-se mais ampla. Petra procurou analisar novamente as resoluções dos alunos à tarefa de diagnóstico, procurando compreendê-las, e Marta refletiu sobre a dificuldade dos alunos em explicarem e registarem as suas ideias matemáticas para, posteriormente, serem mobilizadas na discussão coletiva.

Marta: Eles têm a ideia e respondem, mas se eu for perguntar - Mas porque é que puseste aqui? - eles não têm a linguagem para explicar.

Petra: Essa é a dificuldade...

Marta: Muito, muito difícil! Além disso, não estou a pensar só nisto [ângulos]. Estou a pen-

sar noutras tarefas, eles dizem "Eu sei como pensei nisso, mas não consigo explicar".

Facilitadora: Esta dificuldade em explicar também faz parte de um processo. Eles precisam de ter a oportunidade de o fazer e de compreender.

Marta: Isso também acontece porque às vezes quando escrevem alguma coisa ou desenham isso não corresponde aos seus conhecimentos. Não conseguem representar o que estavam a pensar.

Petra: Isso é difícil de gerir.

Marta: Mas eles já estão a começar a perguntar uns aos outros e isso é que eu acho que é bom. Mas também estou um bocadinho mais atenta, por causa do estudo da aula do ano passado e depois com a aula de investigação.... Estamos mais atentos a certas coisas. Agora ando de um lado para o outro, vejo estratégias diferentes e peço-lhes para irem ao quadro. Quando vão ao quadro, peço-lhes que expliquem aos colegas.

Marta continuou a especificar alguns aspetos associados à atividade dos alunos durante a discussão. Identificou alguns desafios dos alunos, como a linguagem e a correspondência entre o pensamento matemático e a sua explicação. Para além disso, identificou mudanças na interação entre os alunos durante a discussão coletiva. Parece associar estas mudanças com as mudanças na sua prática, influenciadas pela participação num estudo de aula anterior.

Na sessão seguinte, Marta evidenciou que, em relação à discussão coletiva, os alunos tendem a verbalizar outros aspetos ou apenas a parte inicial do que exploraram durante o trabalho autónomo em pequeno grupo. Assim, relacionou as ações dos professores durante o trabalho autónomo e a comunicação dos alunos durante a discussão:

Marta: Eu acho que uma dificuldade que eles têm é pôr as ideias no papel e organizá-las por escrito, porque eles podem transmitir as ideias oralmente ou, às vezes, algumas ficam só na cabeça.... Oralmente, podem falar uns com os outros, mas depois, quando discutem, não está lá, o que verbalizaram é outra coisa ou é só o princípio.

Diana: Sim, sim, sim.

Marta: Temos de incentivar a que aquilo que eles falam no seu pequeno grupo seja, de facto, o que depois é discutido e que seja tão bem explicado quanto possível…

O grupo continuou a discutir as soluções dos alunos e identificou ideias erradas relativamente ao conceito de ângulo. Alargou a sua reflexão, mais uma vez, ao impacto das suas escolhas na aprendizagem dos alunos. Assim, a interação entre as professoras participantes promoveu a reflexão sobre a sua prática, nomeadamente quando e como introduzem um conteúdo, e o seu impacto na aprendizagem matemática dos alunos:

Facilitadora: O que é que tiramos daqui? Esta foi uma tarefa de diagnóstico; é suposto informar. O que é que nós retiramos?

Petra: Quando começamos a falar de ângulos, damos sempre um ângulo agudo. Não me lembro de usar outras representações.

Marta: Nós próprios levamos os miúdos a determinadas condições.

Petra: Em vez de abrirmos a possibilidade de aprendizagem, condicionamo-la.

Diana: Tentamos simplificar, para que memorizem coisas fundamentais, bases mínimas...

Petra: Sim, sim!

Diana: Isso às vezes é condicionamento.

Marta: É isso, chegámos a essa conclusão.

Nestes momentos de colaboração durante as sessões de planeamento no estudo de aula, Marta direcionou várias vezes o diálogo para aspetos relacionados com as discussões coletivas e, nomeadamente, com a comunicação dos alunos. Além da dificuldade identificada nos alunos em explicar e representar as suas ideias matemáticas, Marta salientou a importância de selecionar diferentes estratégias para serem discutidas e como, na ausência desta diversidade, as aprendizagens dos alunos podem estar condicionadas. Marta partilhou com as colegas que identifica mudanças na interação dos alunos durante a discussão coletiva, nomeadamente no questionamento entre pares, relacionando estas mudanças com as mudanças da sua prática. Salientou, ainda, a relação entre o trabalho autónomo e a discussão coletiva, valorizando a importância de apoiar os alunos a clarificarem as ideias que depois são levadas para a discussão coletiva.

Lecionar. O enunciado da primeira questão da tarefa foi formulado pelas professoras, durante a fase de planeamento, da seguinte forma: *O exercício dois da ficha de trabalho era para assinalar com a letra "A" todos os ângulos observados nas figuras. Explica como achas que os teus colegas pensaram ao dar as respostas seguintes.* Nesta questão, foram apresentados aos alunos três soluções diferentes elaboradas pelos seus colegas nas aulas anteriores. Com a discussão coletiva relativamente ao primeiro exemplo (Figura 1), surgiu o conceito de ângulo côncavo. Dadas as conceções alternativas associadas ao conceito ângulo, não fazia parte do objetivo desta aula explorar a definição de ângulo côncavo, no entanto, a intervenção dos alunos foi valorizada, ainda que filtrada, por Marta:

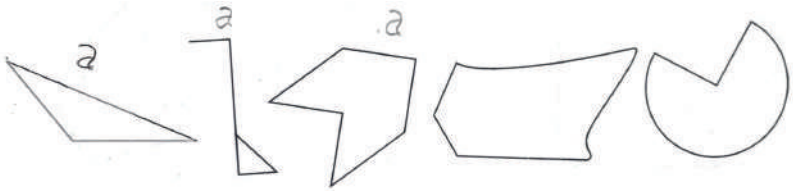


Figura 1. Primeiro exemplo de resolução da questão 1

Marta: Aqui neste grupo a Ana estava a dizer que há ângulos nas duas últimas figuras. Podes vir marcar, Ana? Que é para os outros grupos verem se concordam.

Ana: [começa a marcar] Aqui porque tem esta reta aqui e esta reta aqui…

Aluno 1: Mas ainda há mais!

Ana: Aqui [aponta], mas como aqui faz uma curva já não dá. Como aqui tem uma curva, não é considerado uma reta.

Marta: Este aqui, que a Ana falou agora, é ângulo?

Alunos: Não.

Marta: O que é que disseram ontem que era um ângulo?

Aluno 2: São duas semirretas ligadas por um ponto.

Matias: Mas há mais!

Marta: Há mais ângulos, diz o Matias. Anda lá marcar.

Matias: Ângulos côncavos!

Alunos: Ahn?!

Matias: Ângulos côncavos, sim.

Marta: Já tinham pensado nisso?

Alunos: Sim.

Alunos: Não.

Marta: Calma, esperamos agora um bocadinho, ainda vamos analisar esta [resolução] e a de baixo. Aqui a ideia, daquilo que vocês disseram, vejam se estou a dizer bem, é que talvez este aluno só tinha marcado as figuras que todos os lados eram segmentos de reta. E as figuras que tinham algumas curvas, embora tenham ângulos, o aluno achou que, se calhar, não valia a pena marcar. Foi isso?

Alunos: Sim.

Marta: Vamos ver e aproveitar depois esta ideia do Matias [ângulos côncavos].

A discussão acerca da primeira resolução (Figura 1) continuou com a exploração dos ângulos internos e externos da primeira e terceira figuras, sem a exploração, ainda neste momento da aula, da definição de ângulos convexos e côncavos. Marta iniciou a discussão da segunda resolução (Figura 2), reforçando de imediato a partilha de diferentes ideias:

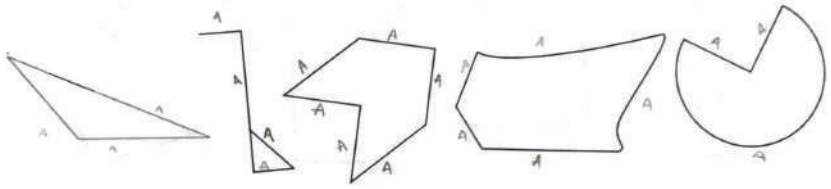


Figura 2. Segundo exemplo de resolução à questão 1.

Marta: Vejam lá se temos coisas diferentes para não estarmos sempre a repetir a mesma coisa. Nesse segundo exemplo, o que é que ele assinalou?

Aluna 1: Ele assinalou só as linhas.

Marta: Carolina?

Carolina: Eles assinalaram só as retas.

Aluno 1: As retas?

Marta: Os segmentos de reta.

Aluno 1: Mas alguns não são segmentos de reta, tem uma forma esférica.

Marta: Há curvas? Carolina, lê lá a tua resposta.

Carolina: Eles achavam que tinham de colocar um "A" nas retas e não nas curvas.

Aluna 2: Mas de qualquer maneira não era para colocar nas curvas.

Marta: Mas qual era a pergunta? Era para colocar o "A" nos ângulos existentes nas figuras. E este aluno escreveu os "A's" aqui, aqui, aqui [aponta]…

Aluno 2: Então…

Marta: Então?

Aluno 2: Eles puseram nas retas.

Aluno 1: Que retas? Há coisas que não são retas, tem formas que não são retas.

Marta: Talvez estejam a pensar a mesma coisa, mas com uma linguagem diferente.

Aquando da discussão coletiva relativa à segunda resolução (Figura 2), o diálogo entre os alunos acerca da identificação dos ângulos trouxe para debate a compreensão de linha reta e linha curva, bem como de segmentos de reta. Os alunos 1 e 2 consideraram que nesta resolução os "A's" dizem respeito aos lados das figuras, no entanto, o aluno 2 designou estes lados por retas, sem identificar o que são linhas curvas ou linhas retas, um aspeto necessário à identificação dos ângulos. Perante este diálogo, Marta convidou Sandro a partilhar as ideias do seu grupo:

Marta: Ajudem lá. Sandro, o que colocaram aí?

Sandro: Ele errou nas figuras 3, 4 e 5 porque ele marcou nos sítios errados e esqueceu-se de marcar alguns ângulos.

Marta: Quais? Mostra lá.

António: Não, ele esqueceu-se de ver o vértice.

Aluno 3: Não, não é preciso!

Marta: Calma, deixem o Sandro fazer. Sandro, esses sítios que estás a assinalar são os que ele se esqueceu de marcar?

Sandro: Sim. …

António: Mas aí não há um ponto de início comum, não há um vértice, ou coisa assim. …

Marta: Há uma diferença entre isto [ângulos dentro da figura] e isto [segmentos do lado da figura]. Diz lá, António.

António: Os que ele marcou não tem nenhum ponto ali a indicar que há um ângulo. Aquilo é só um segmento de reta.

Marta: Aqui onde o Sandro marcou é o quê?

Sandro: É um segmento de reta.

Marta: E é o lado da figura. Aqui é que tem um lado e outro lado, e há aqui um pontinho, como dizia o António…

António: Aí forma um ângulo.

Marta: Relembramos a definição de ângulo: duas semirretas unidas pelo mesmo ponto de origem. Podemos ver um ângulo aqui, outro aqui, outro cá fora [aponta]…

Antes de dar continuidade à discussão coletiva, Marta valorizou a autoria das ideias matemáticas dos alunos discutidas e questionou Sandro sobre os ângulos por ele identificados nas figuras projetadas no quadro:

Marta: O Sandro acha que ele [resolução da tarefa] só marcou alguns sítios errados.

António: Concordo plenamente.

Marta: Ok. Se o António e os outros colegas explicaram que isto aqui não é um ângulo, tu agora achas que isto está bem marcado?

Sandro: Não.

Este excerto ilustra que Marta conduziu a discussão coletiva analisando a atividade matemática dos alunos, nomeadamente promovendo a interação entre os alunos que estavam em desacordo. Assim, do diálogo entre os alunos, apoiado pela condução de Marta, Sandro compreende que havia identificado lados das figuras, ao invés dos seus ângulos.

Discussão

Durante a entrevista inicial, Marta referiu que os alunos tinham dificuldade em comunicar, nomeadamente durante a discussão coletiva, associando esta dificuldade à fraca compreensão conceptual e à linguagem. Ainda que a professora evidencie concordar que em interação os alunos aprendem (Steinbring, 2004), várias práticas que ilustra durante a entrevista encontram-se em tensão com as potencialidades da discussão coletiva, nomeadamente ao corrigir ou solicitar a repetição de uma mesma explicação e a ausência da promoção da interação entre os alunos (Faria et al., 2024).

Embora, já na entrevista, Marta tenha identificado possíveis origens para a dificuldade de os alunos comunicarem durante a discussão coletiva, é durante o planeamento da aula, no segundo estudo de aula que participa, que Marta reflete sobre o impacto da sua prática na aprendizagem e papel dos alunos (Tabela 1). Esta reflexão é um aspeto fundamental fomentado pelo estudo de aula (Stigler & Hiebert, 1999).

Durante o planeamento da aula, Marta refletiu sobre aspetos da discussão coletiva, tais como a diversidade de estratégias, a participação dos alunos através do questionamento, por exemplo, bem como sobre a importância de apoiar os alunos de forma adequada durante o trabalho autónomo de forma a enriquecer a discussão coletiva (Ponte, 2005; Fujii, 2018). A antecipação de possíveis estratégias e dificuldades dos alunos (Murata, 2011) e a exploração das resoluções dos alunos na tarefa de diagnóstico evidenciam ter um papel fundamental no desenvolvimento desta reflexão.

Aquando da condução da discussão coletiva da aula planeada, existem vários momentos em que a linguagem matemática não é utilizada corretamente pelos alunos. No entanto, são poucos os momentos em que Marta intervém para corrigir, uma prática evidenciada na entrevista, indo ao encontro da ideia de Sierpinska (1998) de que os alunos devem compreender a matemática como uma linguagem e não a aceitar imediatamente como correta. Para tal, Marta promove a interação entre os alunos para que, por exemplo, os significados de reta, semirreta, segmento de reta, lado da figura e ângulo sejam discutidos (Tabela 1).

Tabela 1. Síntese das marcas discursivas de Marta acerca da discussão coletiva e comunicação

Momentos	Marcas discursivas
Entrevista	• Os alunos têm dificuldade em comunicar e é associada à fraca compreensão conceptual e à linguagem; • A professora corrige ou solicita que repitam a mesma explicação; • Não há promoção contínua da interação entre os alunos, ainda que a professora considere o desacordo positivo e a linguagem entre pares mais próxima.

Momentos	Marcas discursivas
Planeamento 2.º estudo de aula	• Os alunos têm dificuldade em explicar e registar/representar ideias matemáticas; • É importante selecionar diferentes estratégias dos alunos; • A ausência de diversidade, nomeadamente de exemplos dados pelas professoras, pode condicionar as aprendizagens e originar conceções alternativas; • A professora identifica que mudanças na sua prática (ex.: monitorização), levam a mudanças nas intervenções dos alunos (ex.: questionamento entre alunos); • A professora identifica a necessidade de apoiar o trabalho autónomo dos alunos, para que as ideias matemáticas sejam comunicadas de forma clara e completa durante a discussão.
Condução da discussão coletiva no 2.º estudo de aula	• A professora promove a interação entre os alunos, solicitando diversidade nas intervenções e, ainda, conduzindo ao debate e validação entre pares; • A professora frisa a autoridade das ideias matemáticas dos alunos e filtra-as.

Conclusão

Nesta comunicação, o nosso objetivo é identificar o contributo do estudo de aula no desenvolvimento da prática de condução da discussão coletiva de uma professora. Como principais resultados, verifica-se que Marta produz um novo discurso acerca da discussão coletiva e da comunicação durante este segundo ciclo de estudo de aula no qual participou, comparativamente à sua entrevista inicial.

Marta, durante a fase de planeamento, passou a considerar também o impacto da sua prática letiva nas aprendizagens dos alunos, nomeadamente na construção de possíveis conceções alternativas, bem como na sua forma de interagir durante a discussão coletiva, o que não ocorreu na entrevista, antes de qualquer participação num estudo de aula. Salienta-se ainda que aplicar uma tarefa de diagnóstico e explorar as resoluções dos alunos enriqueceu bastante a fase de planeamento do estudo de aula, nomeadamente para Marta que aprofundou as suas reflexões acerca da discussão coletiva e das dificuldades dos alunos em comunicarem as suas ideias. A discussão conduzida por Marta, no segundo estudo de aula, teve vários momentos de promoção da comunicação entre os alunos acerca das suas ideias matemáticas.

O estudo de aula é assim um processo de desenvolvimento profissional que, ao fomentar a reflexão sobre a prática, promove mudanças na prática de condução de discussões coletivas e promoção da comunicação, sendo que a participação em mais do que um estudo de aula pode ser catalisadora de mudanças mais evidentes e conscientes para os professores.

Agradecimentos

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e Tecnologia por meio da bolsa com referência 2023.01962.BD.

Referências bibliográficas

Bishop, A.J., & Goffree, F. (1986). Dinâmica e Organização da Sala de Aula. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education*, 309–365.

Bussi, M.B. (1991). Social interaction and mathematical knowledge. *Proceedings of the 15th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1-16. Assis, Itália.

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M.J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens essenciais de matemática no ensino básico.* ME-DGE. https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais--de-matematica

Duarte, N., Faria, F., & Ponte, J.P. (2024). Preparar e conduzir a discussão coletiva em matemática. *Educação e Matemática*, 171, 11-14.

Faria, F.A.B., Ponte, J.P., & Rodrigues, M. (2024). Teachers' leading whole-class discussions in a mathematics lesson study: From initial understanding to orchestration in practice. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 1-18. https://doi.org/10.30935/scimath/xxxx

Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: The two wheels of a cart. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, A. N. Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 1-21). https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1

Guerreiro, A., & Martins, C. (2020). Avaliação e comunicação na aula de matemática: conceções e práticas de professores do 2.º ciclo do ensino básico. *Quadrante*, *29*(2), 6–23. https://doi.org/10.48489/quadrante.22570

Jorgensen, D.L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Sage.

Kooloos, C.C. (2022). *Eye on variety: The teacher's work in developing mathematical whole-class discussions*. PhD thesis, Radboud Universiteit Nijmegen.

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together* (pp. 1–12). New York, NY: Springer.

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.

Rodrigues, C., Ponte, J.P., & Menezes, L. (2020). Práticas discursivas de professores de Matemática na condução de discussões coletivas. *Quadrante*, 29(2), 24–46. https://doi.org/10.48489/quadrante.22575

Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In H. Steinbring, M.G.B. Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom*, 30-62. NCTM.

Steinbring, H. (2004). Elementos da investigação de orientação epistemológica da interacção matemática: Questões teóricas e exemplos da aula, In M.O. Valente & J.P. Ponte (Eds), *Questões actuais na didáctica das ciências e da matemática*. Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. Free Press.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477

Takahashi, A. (2021*). Teaching mathematics through problem-solving: A pedagogical approach from Japan*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003015475

A construção do conhecimento docente no desenvolvimento do pensamento computacional no ensino

The construction of teachers' knowledge in developing computational thinking for teaching

Ana Lúcia Miguens[1], *João Pedro da Ponte*[2], *Marisa Quaresma*[3]

[1]Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, *amiguens@edu.ulisboa.pt*
[2]Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, *jpponte@ie.ulisboa.pt*
[3]Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, *mq@campus.ul.pt*

Resumo. *A integração do Pensamento Computacional no currículo de matemática é um tema de crescente interesse e representa um novo desafio para os professores. O Pensamento Computacional já está presente no currículo português, mas ainda há um conhecimento limitado do que os professores precisam de saber para efetivamente promoverem nos alunos o desenvolvimento dessa capacidade. Através de um design de observação participante, este estudo explora como quatro professores do 1.º ciclo constroem conhecimentos relacionados com o desenvolvimento do Pensamento Computacional em matemática. Durante um estudo de aula, o grupo de professores e o investigador planearam e conduziram uma trajetória de aprendizagem para desenvolver o Pensamento Computacional dos alunos em matemática. Os resultados evidenciam a construção do conhecimento dos professores no contexto do diálogo.*

Abstract. *The integration of Computational Thinking into the mathematics curriculum is a subject of growing interest and represents a novel challenge for teachers. Computational Thinking is already present in the Portuguese curriculum, but there is still limited knowledge of what teachers need to know to develop this capacity. Through a participant observation design, this study explores how four primary teachers construct knowledge related to developing their students' Computational Thinking in mathematics. During a lesson study, the group of teachers and the investigator planned and conducted a learning trajectory to develop students' Computational Thinking in mathematics. The results highlight the construction of teachers' knowledge in the context of dialogue.*

Palavras-chave: Pensamento Computacional em Matemática; Conhecimento Didático; Estudo de Aula.

Keywords: Computational Thinking in Mathematics; Didactical Knowledge; Lesson Study

Introdução

A integração do Pensamento Computacional (PC) no currículo de Matemática está a atrair um interesse crescente em todo o mundo e representa um novo desafio para os professores. Embora o PC já esteja presente no currículo português (desde setembro de 2022), ainda há

um conhecimento limitado relativamente ao que os professores precisam de saber para desenvolver essa capacidade dos alunos. Nesta investigação pretende-se compreender como o conhecimento didático dos professores é aprofundado à medida que desenvolvem e refletem sobre uma trajetória de aprendizagem, no que diz respeito ao PC em matemática, no contexto de um estudo de aula.

Pensamento computacional em matemática

O PC tem vindo a ganhar destaque nas políticas educativas contemporâneas (Bocconi et al., 2022) e apesar de ser encarado como uma capacidade essencial do séc. XXI, o PC ainda não foi definido de forma consensual (Grover et al., 2013; Shute et al., 2017; Weintrop et al., 2016).

Apesar de Wing (2006) ter indicado que o PC é mais do que programar, as definições apresentadas por diversos investigadores estabelecem uma forte associação entre a atividade de programar e o PC. De facto, estes dois aspetos suportam e valorizam-se mutuamente (Metcalf et al., 2021; Tikva & Tambouris, 2021). Isto não significa que o desenvolvimento do PC implique que o aluno programe. Indica sim, que a programação possibilita que o aluno avalie e aperfeiçoe as suas soluções de forma, por vezes, mais concreta, apoiando o desenvolvimento do PC (Tikva & Tambouris, 2021). No entanto, apesar de o PC englobar processos de pensamento essenciais para a resolução de problemas noutras disciplinas, para além da Ciências de Computação, é notável que grande parte da investigação está direcionada para a aprendizagem de programação como forma de aquisição de competências e conceitos de PC (Bocconi et al., 2022).

Em Portugal, desde 2018 que as competências de PC são parte integrante da componente do currículo de tecnologias de informação e comunicação do EB. Contudo, só em 2022 foi promulgado um novo currículo de Matemática, onde surge o PC. Aqui, é elencado um conjunto de "práticas" relativas ao PC, nomeadamente, a "abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos" (Canavarro et al., 2021, p. 3), que são consideradas imprescindíveis na atividade matemática.

Para fins ilustrativos destas práticas, consideremos uma tarefa centrada na formulação de problemas. Os alunos são desafiados a elaborar uma narrativa para 1/5+1/5+1/5=?. A expressão numérica pode ser retratada através de vários meios, como storytelling, banda desenhada, dramatização, ou mesmo animações criadas usando um software de programação visual. Descreveremos como a tarefa se alinha com as práticas de PC, definindo-as de acordo com as diretrizes estabelecidas no atual programa de matemática português (Canavaro et al., 2021). A narrativa deve girar em torno de um objeto ou cenário que pode ser dividido uniformemente em cinco partes, com foco na soma dessas partes. Neste contexto, o foco na informação relevante – a abstração – serve como princípio orientador para o nosso processo de storytelling. Podemos simplificar e dividir a narrativa em quatro momentos distintos: um para cada fração e outro para a solução. Através dessa decomposição, identificamos um

padrão recorrente: a repetição da mesma fração. Este reconhecimento de padrões permite-nos aplicar momentos semelhantes três vezes, cada um correspondendo a uma fração. À medida que começamos a escrever ou a planear a nossa narrativa, organizamo-la numa sequência de passos, incorporando o pensamento algorítmico. Além disso, envolvemo-nos num processo de revisão, em que procuramos ativamente erros e contemplamos possíveis melhorias – um exercício semelhante à prática da depuração. Vale ressaltar que essas práticas de PC não se limitam a uma progressão linear; elas podem ser aplicadas iterativamente durante toda a tarefa e em qualquer ordem considerada apropriada.

No entanto, embora o PC já esteja presente no currículo português, a promoção do PC nas salas de aula continua a deparar-se com alguns desafios. Os professores têm pouco conhecimento sobre o que o PC implica e sobre como o introduzir no seu ensino, o que, muitas vezes, conduz a visões simplificadas e a equívocos (Sands et al., 2018). Esta incompreensão influencia, igualmente, as decisões dos professores sobre como o integrar de forma frutífera no ensino (Bower et al., 2017; Tang et al., 2020). A maior dificuldade que diversos relatórios de elaboração de políticas educativas e literatura de investigação apontam consiste na falta de professores com formação adequada (Caeli & Yadav, 2020; Grover & Pea, 2018; Li et al., 2020; Sands et al., 2018).

Assim, a integração do PC no ensino da matemática exige a formação de professores (Bocconi et al., 2022) que incida no desenvolvimento: do entendimento dos professores sobre o que é o PC (Kotsopoulos et al., 2019); da construção ou seleção das tarefas adequadas para os objetivos a alcançar e características dos alunos (e.g., Israel et al., 2015; Ketelhut et al., 2020), desenvolvendo as competências críticas dos professores quanto às potencialidades e limitações das ferramentas (Caskurlu et al., 2022); da mobilização de estratégias e práticas de ensino (Ketelhut et al., 2020; Sentance & Csizmadia, 2017); da avaliação formativa dos alunos, apoiando-os no desenvolvimento das suas capacidades de PC através de feedback adequado às suas necessidades.

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional focado na colaboração, em que os professores estudam tópicos e recursos pedagógicos; planificam uma aula ou trajetória de aprendizagem que incida particularmente na aprendizagem dos alunos; lecionam e observam essa aula; refletem sobre a aprendizagem dos alunos, e discutem sobre possíveis soluções para os desafios observados e possíveis reformulações ao plano de aula. Assim, este processo formativo proporciona uma oportunidade para os professores repensarem o seu entendimento sobre o ensino e refletirem na e sobre a prática (Stigler & Hiebert, 2016). Este modelo surge, muitas vezes, associado à introdução de novas orientações curriculares (Ni Shuilleabhain & Seery, 2018), podendo contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores (Ponte et al., 2022) na área do Pensamento Computacional, uma nova orientação curricular da Matemática.

Metodologia

Esta investigação segue uma abordagem qualitativa e interpretativa envolvendo quatro professores do 1.º ciclo, três lecionam o 2.º ano e um leciona o 4.º ano de escolaridade. O design metodológico é o de observação participante (Jorgensen, 1989), que envolve a imersão do investigador na comunidade a ser estudada, possibilitando uma recolha de dados detalhada e abundante, essencial para identificar padrões sobre o fenómeno a ser estudado: a construção do conhecimento dos professores. Em que o principal objetivo desta investigação é o de compreender como se aprofunda e constrói o conhecimento didático dos professores, no que respeita ao desenvolvimento do Pensamento Computacional em Matemática, quando desenvolvem e refletem sobre uma unidade didática, no contexto de um estudo de aula.

O grupo de professores e investigador/facilitador reuniram semanalmente durante 1 hora, num total de 30 horas. Começaram por estudar o PC no currículo de matemática, de seguida, criaram uma trajetória de aprendizagem para o 2.º ano de escolaridade, que lecionaram nas respetivas turmas, sobre a qual refletiram, melhorando-a. Os dados foram recolhidos através de entrevistas, recolha documental e observação participante, por meio de gravações áudio. Posteriormente, as transcrições das sessões foram analisadas sistematicamente através de uma análise de conteúdo indutiva e dedutiva, de acordo com as dimensões do conhecimento de Ponte (2012). Procurou-se a aprovação ética dos professores participantes e dos encarregados de educação dos respetivos alunos.

O modelo de Ponte (2012) foi adaptado para analisar o desenvolvimento do conhecimento dos professores, onde são consideradas quatro dimensões: conhecimento da matemática; conhecimento dos alunos e da sua aprendizagem; conhecimento do currículo; e conhecimento da prática letiva. As três primeiras dimensões estão sempre e simultaneamente presentes no conhecimento da prática letiva, que assume um papel central neste modelo, uma vez que este conhecimento é informado pelas restantes dimensões. É no conhecimento da prática docente que os conceitos de tarefa e comunicação na aula estão presentes e onde se inclui o conceito de ferramentas digitais.

Resultados

Na primeira fase do estudo de aula, estudar, os professores analisaram o currículo de matemática, focando-se nos objetivos para o desenvolvimento do PC em matemática. Também analisaram tarefas já publicadas que promovem o desenvolvimento do PC. Leram conjuntamente artigos sobre o PC, a abordagem de ensino exploratória e a natureza de tarefas:

> Olga: Um exercício é uma proposta de trabalho. Dependendo de como pode interessar aos alunos, pode ter PC. Pode ser um exercício que envolve formular hipóteses, tomar decisões, eu acho...
>
> Cátia: Um cálculo mental pode ser PC?
>
> Fátima: Se forem cálculos sucessivos, pode ser... onde há uma relação, podes encontrar um

padrão... continuas a adicionar 2 unidades.

Olga: É preciso perceber qual é a lógica.

Olga: Aquela: 2, 4, 6, 8, ... Isso não é [PC], porque não é assim tão desafiador.

Fátima: Não para os teus alunos [4.º ano].

Cátia: Usamos muito o PC quando introduzimos novos conteúdos com este tipo de tarefas [exploratórias, problemas e investigações].

Fátima: Quando eles [os alunos] recorrem a vários mecanismos para entender a lógica.

Cátia: Este PC é muito...

Fátima: ... muito complexo, amplo. Porque nem tudo é [PC] e às vezes temos a ideia de que estamos a trabalhar o PC e depois é apenas um exercício simples. Depende da faixa etária, do nível... O mesmo problema [tarefa] pode ser uma coisa para um aluno e nada mais do que um mero exercício para outro.

Olga: Tudo gira em torno da [nossa] reflexão.

Os professores estão refletiram colaborativamente. Construíram as ideias uns dos outros e chegaram a acordo, partilharam e questionaram-se para alcançar um objetivo comum: criar uma sequência didática. Este conjunto de atividades proporcionou o desenvolvimento dos seus conhecimentos sobre as dimensões da prática docente e do currículo:

Posteriormente, os professores envolveram-se no planeamento de uma trajetória de aprendizagem, com o objetivo de desenvolver o PC dos alunos em matemática. O foco esteve na aprendizagem matemática do tópico do dinheiro, através do desenvolvimento do Pensamento Computacional para um 2.º ano de escolaridade. As tarefas que os professores selecionaram consistiram em exercícios e estavam direcionadas para o ensino direto. Para a primeira aula planificaram uma conversa inicial sobre o dinheiro e a visualização de um vídeo, seguida pelo preenchimento de uma tabela com possíveis combinações de unidades monetárias. Na tarefa seguinte era esperado que os alunos selecionassem produtos de um folheto de supermercado que poderiam comprar com o valor que lhes era atribuído. A terceira tarefa consistia num conjunto de exercícios, em que era pedido que os alunos identificassem as moedas necessárias para comprar os produtos apresentados e o respetivo troco. Já, a última aula passava por realizarem uma feira na escola, momento em que mobilizariam as aprendizagens desenvolvidas ao longo das aulas.

A investigadora/facilitadora questionou os professores quanto à natureza de cada tarefa, à presença do PC, como envolver e cativar os alunos para o tema, quais as estratégias e resoluções que esperavam dos alunos e como é que cada uma das tarefas se relacionava com a anterior. A partir da análise das tarefas à luz das ideias discutidas, o grupo adaptou, selecionou e construiu novas tarefas para um ensino exploratório:

Ana: Eles precisam de uma atividade inicial para estruturar o pensamento.

Facilitadora: Pode ser… Estou aqui a pensar, naquele artigo que nós lemos, sobre o ensino exploratório, que tem as várias fases de uma aula…? A primeira fase é a do lançamento.

…

Ana: O que é que tu sugeres para a atividade inicial?

Fátima: Tentar explorar algumas combinações! Não sei…

Facilitadora: Que combinações ou que simplificação, é que sugeririas?

Fátima: Tu querias algo concreto?

Ana: Exato!

Fátima: Eu percebi, eu percebi. E eu se estivesse na tua situação [alunos com dificuldades de aprendizagem] também queria.

Cátia: Eu também!

Ana: Se [os alunos] não começarem pelo concreto, eles não vão conseguir chegar aqui.

Facilitadora: Ok. Então no concreto, nós…

Ana: Podíamos fazer um jogo com as moedas e eles manipulavam.

Facilitadora: Sim.

Ana: Eu acho que isto, ajudava a estruturar ali o pensamento.

Posteriormente o grupo antecipou soluções e possíveis dificuldades dos alunos e o tipo de feedback e comunicação a promover em cada uma dessas aulas. Todas as dimensões do conhecimento estiveram presentes. Os professores tiveram de compreender e interpretar coletivamente as competências e objetivos matemáticos do tópico e da capacidade transversal a desenvolver, e de refletir sobre como estes se relacionam - conhecimento do currículo e da matemática. Também consideraram os interesses e estilos de aprendizagem dos alunos – conhecimento dos alunos e da sua aprendizagem. E selecionaram as estratégias, tarefas, ferramentas e comunicação mais adequadas para promover a aprendizagem da matemática – conhecimento da prática docente.

Na fase de lecionar, cada professor aplicou a trajetória de aprendizagem nas respetivas turmas, aulas que o primeiro autor acompanhou na íntegra. Além disso, uma aula de cada professor foi observada pelo grupo de estudo de aula. A observação destas aulas teve como foco o trabalho e a aprendizagem de grupos específicos de alunos, em que cada professor ficou responsável por observar um determinado grupo de trabalho. A forma mais visível de conhecimento presente nesta fase foi a de conhecimento da prática docente.

Finalmente, após cada aula lecionada, seguiu-se o momento de reflexão, em que o grupo se reuniu para refletir sobre as observações realizadas. Cada professor começou por descrever e interpretar as dificuldades e estratégias do grupo de alunos que observou. O conhecimento dos alunos e da sua aprendizagem foi fortemente desenvolvido pela discussão pronunciada em torno do trabalho dos alunos.

Fátima: … [os alunos] chegavam mais depressa ao resultado e depois iam descendo.

Fátima: Mas ele ao dizer, "vamos começar que é o mais fácil, e os outros são mais difíceis". Se calhar ele mentalmente visualizou essa sequência. Em que começou pelo mais fácil e depois foi descendo.

Facilitadora: Pois!

Fátima: Não sei se seria esse o… Mas naquele grupo, não me surpreende que o fizessem.

Não obstante, o conhecimento da matemática, do currículo e da prática docente também foi mobilizado na interpretação das resoluções dos alunos. No seguimento das observações e reflexões realizadas, o grupo colaborativo também reviu a aula planificada e, de acordo com os desafios com que se depararam para a aprendizagem dos alunos, sentiram a necessidade de, por vezes, adaptar os materiais, as tarefas, as questões e a gestão do tempo (Murata, 2011; Quaresma, 2018). As aulas melhoradas foram lecionadas pelos professores que não lecionaram a aula de investigação.

Fátima: Ao longo da própria explicação. Nós introduzirmos ali algumas palavras. Ou nós próprios dizemo-las, para que os outros, consigam perceber aquilo que eles estão a ler [matematicamente no quadro].

Facilitadora: Sim e agora, depois de ver a aula da Catarina, aquilo que nós falámos no final sobre esta identificação de padrões, o 'dez é cinco, mais cinco'.

Facilitadora: [A Catarina] Teve esse cuidado depois [da reflexão da aula observada]. Na discussão coletiva frisou bem este ponto. E depois, à medida que eles iam mostrando outras combinações, a Catarina ia atrás, e ia buscar essa, 'dez é cinco mais cinco' e rodeava-las para que eles…

Cátia: …Identificação de padrões.

…

Facilitadora: Acho que isso resultou bem! Por isso foi bom termos visto isto, com a turma do Francisco. Para depois percebermos, ok. Isto aqui, já foi uma melhoria que fizemos.

Nesta sequência didática os alunos não recorreram ao uso da tecnologia. Os professores decidiram adiar o uso de tecnologia para o 3.º ano de escolaridade, por dois motivos: i) sentiram-se mais confortáveis em facilitar aulas desconectadas, pois não estavam tão familiarizados com o uso da tecnologia; ii) optaram por iniciar o desenvolvimento do PC com tarefas desconectadas e, posteriormente, passar para tarefas que recorressem ao uso de tecnologia, numa progressão que consideraram facilitar a compreensão do PC pelos alunos.

Conclusão

A necessidade de iniciativas direcionadas ao desenvolvimento do conhecimento dos docentes é evidente, especialmente para capacitar a gestão de reformas curriculares. Através de abordagens como os estudos de aula, é possível fortalecer a confiança dos professores em relação ao seu conhecimento e prática, capacitando-os a implementar com sucesso as orientações curriculares. Este tipo de colaboração enfatiza as implicações práticas do ensino, promovendo o conhecimento do novo currículo, o conhecimento de tarefas e representações, o conhecimento do ensino e do aluno, assim como conhecimentos especializados em Matemática (Ponte et al., 2023).

Conclui-se que, respondendo ao objetivo da investigação, o conhecimento dos professores sobre como integrar o PC em matemática foi aprofundado e construído ao longo do es-

tudo de aula. Especificamente, este desenvolvimento ocorreu nos níveis de prática letiva, matemática, currículo, alunos e suas aprendizagens. Esse conhecimento impactou a seleção e adaptação das tarefas pelo grupo, as ferramentas utilizadas, o tipo de feedback e comunicação planeados, assim como a antecipação das dificuldades e aprendizagem dos alunos, aspetos essenciais na promoção de qualquer tópico matemático, incluindo o PC.

Neste estudo de aula, a leitura e a discussão de artigos, juntamente com o trabalho colaborativo na análise de tarefas, favoreceram o desenvolvimento do conhecimento didático dos professores, tanto em termos curriculares quanto práticos. Durante a exploração das tarefas, os professores identificaram as possíveis estratégias de resolução e representações que os alunos poderiam utilizar, além das dificuldades que podem enfrentar, conforme indicado por Stein et al. (2008). De maneira semelhante ao estudo de Mok e Park (2022), o grupo refletiu profundamente sobre os seus erros e lacunas pedagógicas, clarificando suas conceções sobre o PC em matemática.

Destaca-se como fundamental a planificação detalhada das quatro aulas da sequência didática (Gomes et al., 2022). Mais uma vez, os professores recorreram à análise do currículo e de outras fontes e elaboraram um documento com i) os objetivos a serem atingidos pelos alunos, ii) as relações entre os conhecimentos prévios dos alunos e os a desenvolver, iii) o porquê da escolha do conteúdo a ser trabalhado em associação ao PC, e iv) uma planificação detalhada dos momentos da aula, com a antecipação das estratégias de resolução dos alunos.

Lecionar a trajetória de aprendizagem nas suas salas de aula foi outro momento de impacto no desenvolvimento do conhecimento didático dos professores, permitindo-lhes experienciar na prática o que foi planeado, aproximando a teoria da prática. Adicionalmente, as reflexões pós aula fomentaram a discussão crítica sobre a atividade matemática dos alunos, os processos de PC evidenciados e as estratégias de resolução apresentadas na aula. Nesta partilha, o grupo refletiu também sobre o design de cada aula e de cada tarefa lecionada, discutindo formas de as melhorar.

Como um sistema orgânico, todo o ciclo do estudo de aula é propício ao desenvolvimento profissional dos professores, pois ainda que exista uma sequência nítida entre etapas, a qualidade de uma etapa depende da qualidade das etapas anteriores (Fujii, 2018). Não obstante, o momento de planificação reforça as oportunidades de desenvolverem o seu conhecimento didático, que ocorre através de momentos colaborativos de pesquisa, partilha, discussão e reflexão (Murata, 2011).

Referências bibliográficas

Bocconi, S., Chioccariello, A., Kampylis, P., Dagienė, V., Wastiau, P., Engelhardt, K., Earp, J., Horvath, M., Jasutė, E., Malagoli, C., Masiulionytė-Dagienė, V., & Stupurienė, G. (2022). *Reviewing computational thinking in compulsory education. State of play and practices from computing education* (A. Inamorato dos Santos, R. Cachia, N. Giannoutsou, & Y. Punie, Eds.; 1st ed.). Publications Office of the European Union. https://doi.org/10.2760/126955

Bower, M., Wood, L., Lai, J., Howe, C., Lister, R., Mason, R., Highfield, K., & Veal, J. (2017). Improving the Computational Thinking Pedagogical Capabilities of School Teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 42*(3), 53–72. https://doi.org/10.14221/ajte.2017v42n3.4

Caeli, E. N., & Yadav, A. (2020). Unplugged Approaches to Computational Thinking: a Historical Perspective. *TechTrends, 64*(1), 29–36. https://doi.org/10.1007/s11528-019-00410-5

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M.J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática - 3.º ano*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf

Caskurlu, S., Yadav, A., Dunbar, K., & Santo, R. (2022). Professional Development as a Bridge between Teacher Competencies and Computational Thinking Integration. In A. Yadav & U. D. Berthelsen (Eds.), *Computational Thinking in Education* (1st ed., pp. 136–150). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003102991-8

Fujii, T. (2018). *Lesson Study and Teaching Mathematics Through Problem Solving: The Two Wheels of a Cart*. 1–21. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1

Gomes, P., Martins, M., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2022). Task design and enactment: Developing in-service and prospective teachers' didactical knowledge in lesson study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(7). https://doi.org/10.29333/ejmste/12172

Grover, S. (2021). *'CTIntegration': A Conceptual Framework Guiding Design and Analysis of Integration of Computing and Computational Thinking Into School Subjects*. EdArXiv. https://osf.io/eg8n5

Grover, S. (2022). Computational thinking today. In A. Yadav & U.D. Berthelsen (Eds.), *Computational thinking in education* (pp. 18–40). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003102991-2

Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational Thinking in K–12. *Educational Researcher, 42*(1), 38–43. https://doi.org/10.3102/0013189X12463051

Israel, M., & Lash, T. (2020). From classroom lessons to exploratory learning progressions: mathematics + computational thinking. *Interactive Learning Environments, 28*(3), 362–382. https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1674879

Jorgensen, D. (1989). *Participant observation*. SAGE. https://doi.org/10.4135/9781412985376

Ketelhut, D. J., Mills, K., Hestness, E., Cabrera, L., Plane, J., & McGinnis, J. R. (2020). Teacher Change Following a Professional Development Experience in Integrating Computational Thinking into Elementary Science. *Journal of Science Education and Technology, 29*(1), 174–188. https://doi.org/10.1007/s10956-019-09798-4

Kotsopoulos, D., Floyd, L., Nelson, V., & Makosz, S. (2019). Mathematical or Computational Thinking? An Early Years Perspective. In *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood* (pp. 79–90). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_6

Li, Y., Schoenfeld, A. H., diSessa, A. A., Graesser, A. C., Benson, L. C., English, L. D., & Duschl, R. A. (2020). On Computational Thinking and STEM Education. *Journal for STEM Education Research, 3*(2), 147–166. https://doi.org/10.1007/s41979-020-00044-w

Mercer, N. (1995). *The guided construction of knowledge: Talk amongst teachers and learners*. Multilingual Matters.

Metcalf, S. J., Reilly, J. M., Jeon, S., Wang, A., Pyers, A., Brennan, K., & Dede, C. (2021). Assessing computational thinking through the lenses of functionality and computational fluency. *Computer Science Education, 31*(2), 199–223. https://doi.org/10.1080/08993408.2020.1866932

Mok, I. A. C., & Park, Y. H. (2022). Integrating research into practice: The growth of collective pedagogical content knowledge for primary mathematics via lesson study. *Asian Journal for Mathematics Education, 1*(2), 187–203. https://doi.org/10.1177/27527263221105111

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together* (pp. 1–12). New York, NY: Springer.

Ni Shuilleabhain, A., & Seery, A. (2018). Enacting curriculum reform through lesson study: A case study of mathematics teacher learning. *Professional Development in Education*, *44*(2), 222–236. https://doi.org/10.1080/19415257.2017.1280521

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2023). The development of teachers' knowledge in a lesson study. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, 12(1), 78–91. https://doi.org/10.1108/IJLLS-02-2022-0025

Ponte, J.P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, *156*, 7–11. http://hdl.handle.net/10451/44393

Quaresma, M. (2018). *O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Duas experiências no ensino básico*. Obtido de http://hdl.handle.net/10451/37282

Sands, P., Yadav, A., & Good, J. (2018). Computational Thinking in K-12: In-service Teacher Perceptions of Computational Thinking. In *Computational Thinking in the STEM Disciplines* (pp. 151–164). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-93566-9_8

Sentance, S., & Csizmadia, A. (2017). Computing in the curriculum: Challenges and strategies from a teacher's perspective. *Education and Information Technologies, 22*(2), 469–495. https://doi.org/10.1007/s10639-016-9482-0

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review, 22*, 142–158. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.09.003

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Tang, X., Yin, Y., Lin, Q., Hadad, R., & Zhai, X. (2020). Assessing computational thinking: A systematic review of empirical studies. *Computers & Education, 148*, 103798. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103798

Tikva, C., & Tambouris, E. (2021). Mapping computational thinking through programming in K-12 education: A conceptual model based on a systematic literature Review. *Computers & Education*, 162, 104083. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.104083

Tsarava, K., Leifheit, L., Ninaus, M., Román-González, M., Butz, M. V, Golle, J., Trautwein, U., & Moeller, K. (2019). Cognitive correlates of computational thinking: Evaluation of a blended unplugged/plugged-in course. *WiPSCE'19: 14th Workshop in Primary and Secondary Computing Education*, 1–9. https://doi.org/10.1145/3361721.3361729

Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. *Journal of Science Education and Technology, 25*(1), 127–147. https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5

Wing, J.M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

O origami como ferramenta para a revisão de conceitos de geometria no plano

The origami as a tool for reviewing concepts of plane geometry

Diana Leonardo[1], *Paula Teixeira*[2]

[1]Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa, *db.leonardo@campus.fct.unl.pt*

[2]Agrupamento de Escolas João de Barros, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa, *pcateixeira@fct.unl.pt*

Resumo. *Neste artigo apresentam-se alguns resultados de um estudo cuja finalidade visa a compreensão dos contributos da utilização de materiais manipuláveis, em particular o origami, na consolidação de conceitos de geometria no plano, com alunos de 9.º ano de escolaridade. Este estudo enquadra-se num trabalho de investigação realizado no âmbito do relatório de estágio para conclusão do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário. A natureza da investigação é qualitativa, tendo recorrido ao estudo de caso. As técnicas utilizadas para a recolha dos dados foram as seguintes: observação, recolha documental, notas de campo e foram elaboradas duas tarefas. Os participantes do estudo foram seis alunos com níveis de desempenho em matemática diferentes. A análise dos dados evidencia que os alunos manipulam com facilidade o origami e que este pode ser utilizado para a consolidação de conceitos de geometria no plano.*

Abstract. *In this article, some results of a study are presented, which aims to understand the contributions of using manipulative materials, in reviewing concepts of plane geometry with 9th-grade students. This study is part of a research project conducted as part of the internship report for the completion of a Master's degree in Mathematics Education in the 3rd Cycle of Basic and in the Secondary Education. The nature of research is qualitative, relying on a case study approach. The data collection techniques used were the following: observation, documentary collection, field notes and the creation of two tasks The study participants were six students with different levels of performance in mathematics. The data analysis shows that students handle origami with ease and that this can be used for reviewing concepts of plane geometry.*

Palavras-chave: Geometria; Origami; Revisão de Conceitos

Keywords: Geometry; Origami; Concept Review

Introdução

A geometria é um dos temas que integra o currículo da Matemática em Portugal. Nas Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2018a) o ensino da Matemática centra-se na aprendizagem e promove-se que os alunos devem resolver tarefas que requeiram

a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática, com recurso à utilização de materiais manipuláveis.

Neste estudo, pretende-se compreender de que forma é que o origami pode ser utilizado para consolidar aprendizagens de conceitos de geometria no plano com alunos de 9.º ano de escolaridade.

Neste sentido, pretende-se responder à questão de investigação: Em que medida o origami pode ser um instrumento de recolha de evidências na consolidação de aprendizagens de conceitos de geometria no plano?

Enquadramento teórico

As Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2018a) destacam a importância da aplicação da matemática em contextos não matemáticos e integram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação como temas e conteúdos de aprendizagem.

Sob outro enfoque, o Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) é um documento orientador que também tem em vista que os alunos devem ser capazes de associar os conhecimentos a situações e problemas da vida quotidiana ou que decorram do meio sociocultural e geográfico onde os alunos estão inseridos (Martins & Gomes, 2017). É igualmente importante manipular e manusear materiais, como uma competência associada ao "Saber científico, técnico e tecnológico".

A geometria no currículo do ensino básico

Segundo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), a geometria é relevante para representar e desenvolver intuição sobre um dado problema, quando o pretendemos resolver. Os alunos devem, não só reconhecer ideias e relações geométricas, como também, construir argumentos baseados nessas noções.

No currículo nacional, a geometria é um tema que vai sendo trabalhado em espiral no 3.º ciclo: passando pela análise de propriedades, áreas e semelhança de polígonos (7.º ano), pela observação de isometrias no plano e a análise dos sólidos geométricos (8.º ano), e terminando no estudo dos lugares geométricos e das razões trigonométricas no triângulo retângulo (9.º ano) (Ministério da Educação, 2018b; Ministério da Educação, 2018c; Ministério da Educação, 2018a).

Este é o currículo que tem vindo a ser aplicado, embora seja relevante notar que existem Novas Aprendizagens Essenciais que já estão a ser implementadas no 7.º e 8.º anos. Segundo estas, neste ciclo pretende-se "continuar a desenvolver o raciocínio espacial dos alunos, ampliando a sua compreensão do espaço e a sua capacidade de operarem com figuras no plano e no espaço" (Canavarro et al., 2021). Os conteúdos de geometria não diferem muito, não obstante, diferem as capacidades matemáticas a desenvolver e os recursos. A resolução

de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática, assumem um papel central na aprendizagem.

Neste estudo assume-se que a atividade dos alunos na resolução de tarefas com a utilização do origami é o foco e pretende-se recolher dados que sustentem a consolidação da aprendizagem de conceitos de geometria no plano.

A compreensão dos conceitos matemáticos e a teoria da reificação

Skemp (2016) descreve uma dicotomia na palavra compreensão: por um lado, com o significado de saber o que fazer e porquê ("compreensão relacional"); por outro, a utilização de "regras sem fundamentação" ("compreensão instrumental").

Podemos ainda analisar a teoria da reificação, que vem da ideia de transformação de algo abstrato em algo concreto, tal como afirma Sfard (1994). Neste contexto, primeiro existe uma compreensão operacional, seguida de uma compreensão estrutural. Por um lado, as noções são concebidas como objetos (compreensão estrutural) e, por outro, são concebidas como processos (compreensão operacional).

Entre estes níveis de compreensão, estão as fases de interiorização, condensação e reificação (Sfard, 1991).

No patamar da interiorização, entende-se que os processos darão origem a um novo conceito. De seguida, na condensação, há uma compreensão de longas sequências de operações como um todo, começando a surgir novos conceitos. Por último, quando a nova entidade se desvincular dos processos, entra-se na fase da reificação. Nesta altura, o novo conceito tem um significado em si mesmo, sendo completo e autónomo (Sfard, 1991).

Ao nível da geometria, Van Hiele (1986) distingue cinco níveis: visual, descritivo, teórico, formal e um quinto nível, onde é distinguida a natureza das leis lógicas. No nível visual, as figuras são julgadas pela aparência, havendo um pensamento não-verbal. A justificação de um aluno para o facto de uma certa figura ser um retângulo pode passar simplesmente por dizer que parece um. Passando para o nível descritivo, as figuras são identificadas pelas propriedades, apesar de ainda não estarem interligadas logicamente. A título de exemplo, um aluno no nível descritivo, consegue identificar um triângulo equilátero por ter os três lados iguais, mas não reconhece que tem os três ângulos com a mesma amplitude. Já no nível teórico, de dedução informal, as propriedades já estão logicamente ordenadas, sendo reconhecidas precedências e consequências. A este nível, um estudante consegue, por exemplo, justificar porque é que os quadrados são retângulos, embora não consiga entender o papel de axiomas, definições e teoremas (Van Hiele P. M., 1999).

Apenas avançando para o nível formal, é possível ter sucesso na geometria de Euclides, com forte dedução formal, sendo que um estudante a este nível consegue fazer demonstrações geométricas de forma dedutiva. O quinto nível, nomeado como "rigor" por Vojkuvkova (2012), pressupõe uma geometria a nível superior, onde os estudantes conseguem fazer

todo o tipo de demonstrações e compreendem tanto geometria euclidiana, como não-euclidiana.

O ensino e a aprendizagem da geometria com o origami

Etimologicamente, a génese da palavra origami vem do japonês, composta por dois caracteres: "ori", que significa dobrar, sendo que o seu carácter deriva do desenho de uma mão; e "kami", cujo símbolo provém do desenho de seda, significando papel (Prieto, 2002). Assim, origami significa, nada mais, nada menos que dobrar papel.

O origami tem vindo a ser utilizado como um recurso didático no ensino da matemática, abrangendo temas como a aritmética e a geometria. Os alunos, de um "modo lúdico", são levados a conhecer figuras geométricas e a estabelecer propriedades de figuras bidimensionais e tridimensionais (Melo, 2024). A autora também reconhece na utilização do origami um carácter mágico, dada a capacidade de se transformar uma simples folha de papel em diferentes figuras de duas ou três dimensões (por exemplo, polígonos regulares ou um cubo).

O suporte matemático do origami é baseado em seis axiomas, que foram apresentados pelo ítalo-japonês Humiaki Huzita como operações, na década de 70 do século XX. Foi apresentado mais um axioma, em 2001, por Hoshiro Hatori (Prieto, 2002; Rafael, 2011). É possível enumerar os sete axiomas formalmente:

1. Dados dois pontos distintos e , existe apenas uma dobra que passa por eles;
2. Dados dois pontos distintos e , existe apenas uma dobra que faz coincidir com ;
3. Dadas as retas e , existe uma dobra que faz coincidir com ;
4. Dados um ponto e uma reta , existe uma única dobra que é perpendicular a e passa por ;
5. Dados dois pontos e e uma reta , se a distância de a for superior ou igual à distância de a então, existe uma dobra que faz incidir em e que passa por ;
6. Dados dois pontos e e duas retas e , se as retas não forem paralelas e a respetiva distância não for superior à distância entre os pontos então, existe uma dobra que faz incidir sobre e sobre ;
7. Dados um ponto e duas retas e , se as retas não forem paralelas então, existe uma dobra que faz incidir em e é perpendicular a (Rafael, 2011).

Maffini (2020) chama à atenção para as diferenças entre o plano euclidiano e o plano onde é trabalhado o origami. Enquanto o primeiro é ilimitado, contínuo e homogéneo, o origami faz-se muitas vezes numa folha de papel quadrada, sendo limitado. Neste contexto, o conceito de reta torna-se limitado.

Assim, fica claro que, antes de utilizar o origami como ferramenta para o ensino de matemática, em particular, geometria, o professor precisa de compreender de forma profunda a técnica (Pimenta & Gazire, 2019).

Metodologia

Este artigo é o resultado do trabalho de investigação realizado no âmbito do relatório de estágio para conclusão do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário. Optou-se por uma investigação qualitativa, tendo em conta a abordagem que se tem vindo a verificar noutros trabalhos de investigação em educação. Neste tipo de investigação, a recolha de dados não é um processo à parte da análise dos dados e, por outro lado, há sempre uma constante descoberta, o que não permite impor sequências ou métodos rígidos para os procedimentos de recolha e análise dos dados (Richards & Morse, 2012). Deste modo, seguiram-se as recomendações de Bogdan e Biklen (1994) e recorreu-se ao estudo de caso (Yin, 2003).

Atendendo à natureza do trabalho de investigação, foram utilizadas as seguintes técnicas de recolha de dados: observação, recolha documental e notas de campo (Bogdan & Biklen, 1994; Yin, 2003).

Os participantes foram seis alunos de uma turma do 9.º ano com níveis de desempenho a matemática diferentes, três dos alunos têm um aproveitamento bom ou muito bom, enquanto os outros três têm um aproveitamento suficiente ou até mesmo insuficiente. Por um lado, a investigadora pretendia escolher alunos com proficiência em matemática. Por outro, também considerou que uma característica fundamental dos alunos escolhidos é que fossem capazes de articular e justificar o seu raciocínio (mesmo que errado), evitando recorrer simplesmente à expressão "não sei".

Para este artigo, escolheu-se apresentar apenas dois dos estudos de caso e, de forma a proteger a identidade dos participantes, optou-se pelos seguintes nomes fictícios: Alpha e Épsilon. Alpha é um aluno com um nível de aproveitamento bom, costuma estar à frente nas tarefas propostas e está atento na maioria do tempo. Não tem muita iniciativa para participar, mas fá-lo quando é questionado. Épsilon é uma aluna com um nível de aproveitamento muito bom, está frequentemente à frente nas tarefas propostas e, inclusive, procura saber que mais tarefas pode fazer, além de ajudar os colegas. Apesar do seu desempenho, costuma participar timidamente, respondendo sempre que lhe é solicitado.

Tarefas

Para a recolha dos dados foram aplicadas duas tarefas aos alunos, na escola, num horário diferente das aulas da turma. Neste artigo são apresentadas apenas as resoluções referentes à Tarefa 1.

As tarefas tinham como intuito a consolidação de alguns conceitos de geometria num contexto diferente do tradicional da aula, com recurso ao origami e a preparação para a prova

final de ciclo. Neste sentido os conceitos de geometria escolhidos tinham já sido trabalhados ao longo do 3.º ciclo. As tarefas foram elaboradas tendo em conta estes propósitos (Figura 1) e tiveram por base o trabalho realizado por Maria Manuela Ferreira da Costa (2017) e um artigo de Ilda Rafael (2011).

Enunciado da Tarefa 1

A.1 Tarefa 1- Pontos e retas

A.1.1 Obtenção de pontos

h) Dobra a folha, de forma a obteres um ponto.
i) Explica como fizeste.
j) Independentemente das dobragens que se escolham fazer, será sempre possível assinalar um ponto?

A.1.2 Reta e semirreta

a) desenha dois pontos A e B. Dobrando o papel, encontra a reta que passa pelos pontos A e B.
b) Consegues encontrar mais alguma reta que passe nos pontos A e B?
c) Quantas semirretas podem ser definidas pelos pontos A e 8?

A.13 Posições relativas de duas retas no plano

a) Por dobragem do papel, constrói duas retas perpendiculares que não sejam paralelas às margens do papel.
b) Explica como provas que as duas retas são perpendiculares.
c) Por dobragem do papel, constrói uma reta paralela (não coincidente) a uma das outras retas.
d) Explica como provas que as duas retas são paralelas.
e) Oual é a posição relativa das retas, duas a duas?

Figura 1. Tarefa 1 - Pontos e retas

Análise de dados

Tendo em conta a forte ligação das tarefas ao origami, é essencial estabelecer a devida ligação entre cada uma das questões e os axiomas de Huzita e Hatori.

Na tarefa de obtenção de pontos (A.1.1), se pensarmos que existe apenas uma dobra que passa por dois pontos distintos (Axioma 1) e replicarmos essa ideia, mantendo um dos pontos, podemos afirmar que é possível fazer duas dobras concorrentes para obter um ponto.

Este axioma naturalmente também está relacionado com a tarefa de encontrar a reta que passa pelos pontos e (A.1.2), pois garante a sua existência.

Quando se pretende obter duas retas perpendiculares (A.1.3 - a) e b)), existem dois axiomas fundamentais para a construção: o axioma que garante a existência de uma única dobra que faz coincidir dois pontos distintos (Axioma 2) e o que garante a unicidade da dobra que é perpendicular a uma reta dada e passa por um certo ponto (Axioma 4). O Axioma 2 está relacionado com a ideia de fazer coincidir a dobra (da reta inicial) na construção da dobra perpendicular, garantindo a sua existência, enquanto o Axioma 4 garante a unicidade da dobra.

No que diz respeito à construção de uma reta paralela (A.1.3 - c) e d)), tendo em conta o pensamento de repetir o processo realizado para a reta perpendicular, logicamente estão relacionados o Axioma 2 e o Axioma 4. No caso de uma reta paralela a outras duas, a cons-

trução podia passar por fazer coincidir as duas retas iniciais, ficando garantida a existência e unicidade desta dobra pelo Axioma 3.

A tabela 1 apresenta para cada item da Tarefa 1, os axiomas de Huzita e Hatori que estão relacionados.

Tabela 1. Ligação entre os itens das tarefas e os axiomas de Huzita e Hatori

Questão	Axiomas
A.1.1	1
A.1.2	1
A.1.3 a), b)	2 e 4
A.1.3 c), d)	2, 3 e 4

De seguida, procede-se à análise das resoluções dos estudos de caso a cada questão. Foi necessário acrescentar linhas a preto nas figuras para melhorar a visualização de todas as dobragens que foram realizadas. Havendo mais do que uma tentativa de resolução, a sua apresentação está organizada da esquerda para a direita.

Questão A.1.1

Na primeira tentativa, Alpha dobrou a folha ao meio na horizontal e na vertical. Fez outra tentativa, onde fez duas dobras que eram concorrentes, mas que não tinham sido obtidas dividindo a folha ao meio (Figura 2).

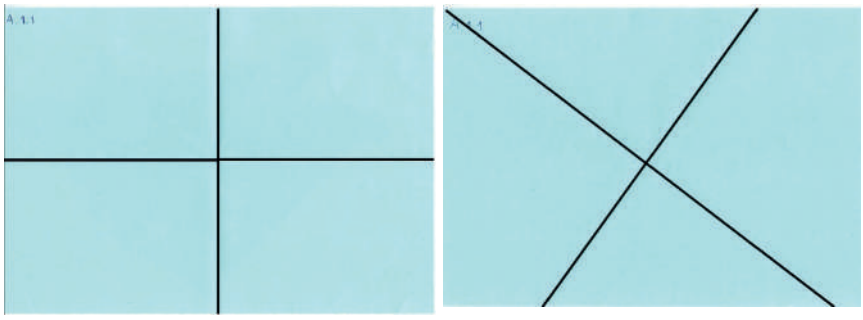


Figura 2. Primeira e segunda tentativas de resolução do Alpha à questão A.1.1 a)

Na explicação do processo, não faz referência ao facto das dobras que fez dividirem a folha ao meio, no entanto, infere-se que se refere à primeira tentativa (Figura 3).

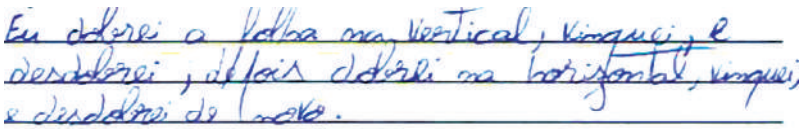


Figura 3. Resposta do Alpha à questão A.1.1 b)

Na alínea seguinte, Alpha afirmou que para se obter um ponto é necessário que as dobras se intersetem, utilizando para isso a palavra "colidir" (Figura 4). Esta resposta subentende

uma generalização das dobras (sem a necessidade de serem horizontais ou verticais), como fez na segunda tentativa.

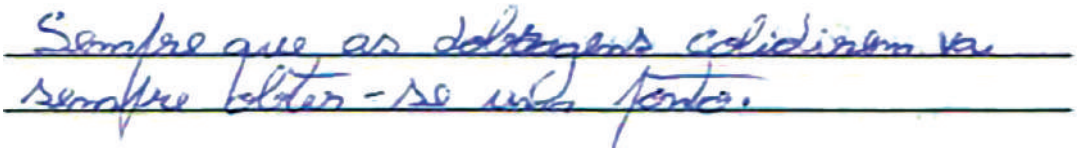

Sempre que as dobragens coincidirem vai sempre bater-se num ponto.

Figura 4. Resposta do Alpha à questão A.1.1 c)

Segundo o ponto de vista de Skemp (2016), o aluno mostra na sua resolução uma compreensão relacional, apesar das primeiras dobras que fez, acaba por generalizar a obtenção de um ponto a dobras simplesmente concorrentes, sem terem sido obtidas pela divisão da folha ao meio, aspeto que é reforçado na explicação do que fez.

Analisando à luz dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele (1986), a primeira tentativa da alínea a) enquadra-se no nível visual, enquanto a segunda já abrange o nível descritivo pois, além da ideia de um ponto que conhecia visualmente como a interseção das "metades" da folha, é feita a generalização a outras dobras que se intersetam. Possivelmente esta segunda abordagem serviu para testar a sua conjetura relativamente à alínea c), em que o aluno refere que é possível fazer outras dobras e obter um ponto.

Ao longo desta questão, Alpha demonstra reconhecer a propriedade de que um ponto se obtém pela interseção de duas retas, apesar de não o conseguir explicar formalmente. Assim sendo, pode-se enquadrar a sua resolução no nível descritivo.

Com o retângulo, Épsilon dobrou a folha ao meio na horizontal e na vertical e marcou o ponto de interseção com a caneta. Pediu mais uma folha, fez duas dobras (desta vez sem dividir a folha ao meio) e marcou o ponto (Figura 5). Executou duas dobras adicionais nos cantos da folha, para mostrar o que exemplificou na alínea c).

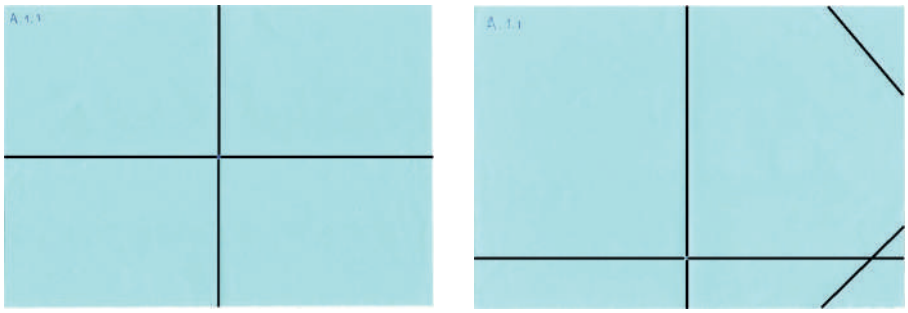


Figura 5. Primeira e segunda tentativas de resolução da Épsilon à questão A.1.1 a)

Épsilon referiu ter feito duas dobras à folha, que a dividiam ao meio, optando por descrever a sua primeira resolução (Figura 6).

Dobrei a folha ao meio duas vezes.

Figura 6. Resposta da Épsilon à questão A.1.1 b)

Na alínea seguinte, era pedido para responder se era possível obter um ponto, independentemente das dobras, ao que a aluna respondeu negativamente. A resposta de Épsilon é bastante completa, pois, além de afirmar que é necessário que as dobragens se intersetem, dá um exemplo de dobras que não dão origem a nenhum ponto (contraexemplo), como se verifica na Figura 7.

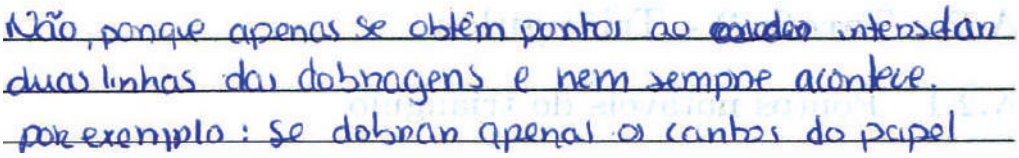

Não, porque apenas se obtém pontos ao intersetar
duas linhas das dobragens e nem sempre acontece.
por exemplo: se dobrar apenas os cantos do papel

Figura 7. Resposta da Épsilon à questão A.1.1 c)

A aluna mostra uma compreensão instrumental porque tem dificuldades em justificar a existência do ponto sem considerar dobras que dividem a folha ao meio.

Em relação à manipulação da folha, as tentativas de Épsilon mostram que o seu nível de pensamento geométrico é descritivo. Também é possível comprovar este nível na resposta à alínea b), onde a aluna ilustra bem o processo que utilizou. No entanto, por ter sentido a necessidade de marcar com a caneta o ponto, mostra ainda um nível visual, embora a resposta à última alínea evidencie uma evolução para o nível teórico, na medida em que a aluna reconhece as propriedades e consegue utilizá-las para encontrar um contraexemplo. Fazendo um balanço global desta resolução, pode-se enquadrá-la no nível descritivo.

Questão A.1.2

Alpha começou por desenhar os pontos *A* e *B* e depois fez uma dobra de tal maneira que passasse nos pontos *A* e *B*, como o pretendido (Resolução do Alpha à questão A.1.2 a)).

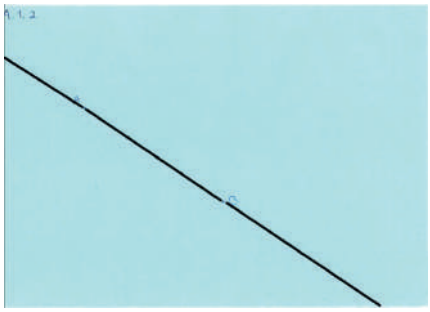


Figura 8. Resolução do Alpha à questão A.1.2 a)

À pergunta sobre se existiria mais alguma reta nestas condições, o aluno respondeu negativamente, justificando que apenas obteríamos uma reta assim através de uma dobragem. A resposta mostra que o aluno entende a relação entre a reta e a dobragem (Resposta do Alpha à questão A.1.2 b)).

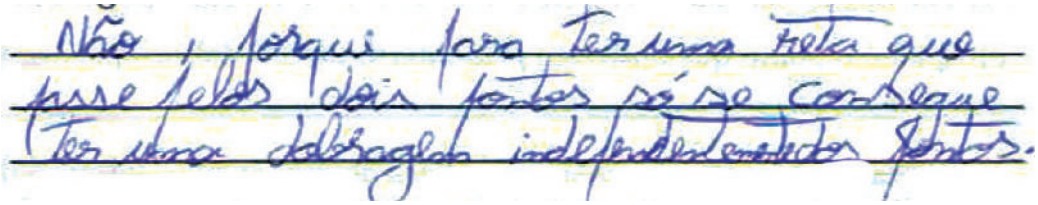

Não, porque para ter uma reta que passe pelos dois pontos só se consegue ter uma dobragem independentemente dos pontos.

Figura 9. Resposta do Alpha à questão A.1.2 b)

Na resposta seguinte referiu que existem duas semirretas que têm "a mesma direção" e "sentidos diferentes" (Resposta do Alpha à questão A.1.2 c)).

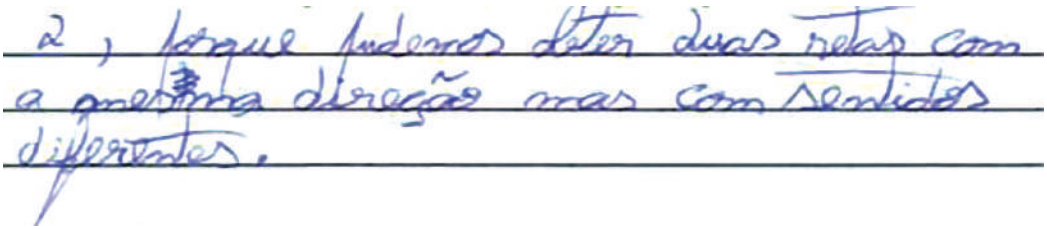

2, porque podemos obter duas retas com a mesma direção mas com sentidos diferentes.

Figura 10. Resposta do Alpha à questão A.1.2 c)

Alpha demonstra uma compreensão instrumental, tendo em consideração que as suas respostas às alíneas b) e c) não indicam que compreende a relação entre os conceitos, embora reconheça a relação entre reta e dobra, mostrando-se na transição para uma compreensão relacional.

Apesar de identificar visualmente, não consegue indicar claramente que a reta que passa entre dois pontos é a única com essa propriedade, o que o enquadra num nível de pensamento geométrico visual.

Nesta questão, Épsilon desenhou os pontos *A* e *B* e fez uma dobra de tal maneira que passasse nos pontos *A* e *B*, como o pretendido (Resolução da Épsilon à questão A.1.2 a)).

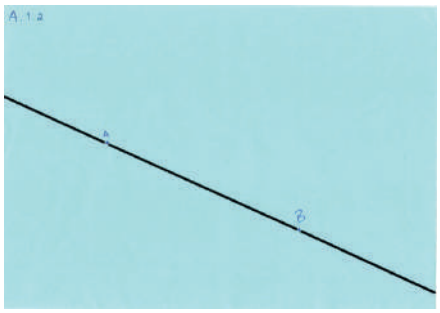


Figura 11. Resolução da Épsilon à questão A.1.2 a)

Na sua resposta, disse que não é possível obter outra reta e refere que "ambos os pontos fazem parte da mesma reta" e que apenas dela fazem parte (Resposta da Épsilon à questão A.1.2 b)).

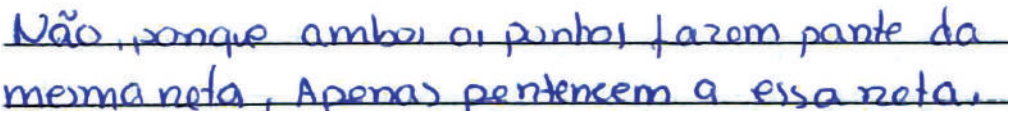

Não, porque ambos os pontos fazem parte da mesma reta. Apenas pertencem a essa reta.

Figura 12. Resposta da Épsilon à questão A.1.2 b)

Épsilon afirmou que existem infinitas semirretas (Resposta da Épsilon à questão A.1.2 c)).

Infinitas

Figura 13. Resposta da Épsilon à questão A.1.2 c)

A aluna reconhece que uma reta pode ser obtida através de dois pontos e que fica bem definida (é única). Além disso, a sua resposta à última alínea fundamenta o entendimento de que existem infinitas semirretas que passam em A e B, embora não sejam definidas por estes pontos. Apesar de não ter respondido o pretendido à alínea c), pois não entendeu o enunciado, a resolução enquadra-se na compreensão relacional sobre os conceitos de reta e semirreta, dado que se reconhece a unicidade da reta definida por dois pontos.

No pensamento geométrico, é possível identificar o nível descritivo na resposta à alínea b), onde a aluna interliga as propriedades da reta, subentendendo também uma ligação entre reta e dobra.

Questão A.1.3

Com vista a obter retas perpendiculares, na primeira tentativa, Alpha fez uma dobra correspondente a uma diagonal da folha. Na segunda tentativa, fez novamente uma dobra correspondente a uma diagonal da folha. Fez outra dobra, unindo os cantos da folha onde fez a diagonal (Primeira e segunda tentativas de resolução do Alpha à questão A.1.3).

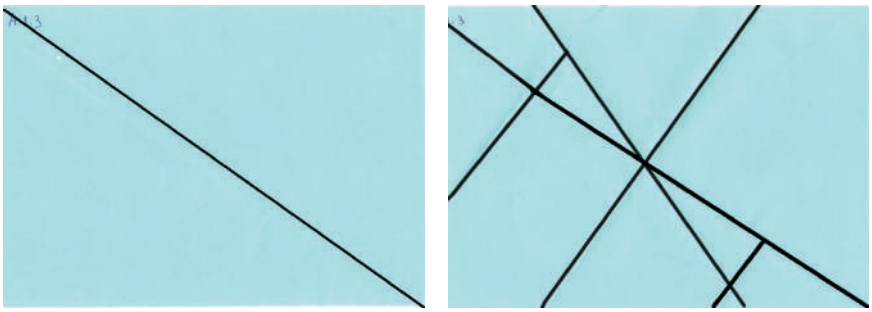


Figura 14. Primeira e segunda tentativas de resolução do Alpha à questão A.1.3

Alpha descreveu que sobrepôs os pontos onde a dobra atingia a margem da folha, a que chamou de vértices (Resposta do Alpha à questão A.1.3 b)).

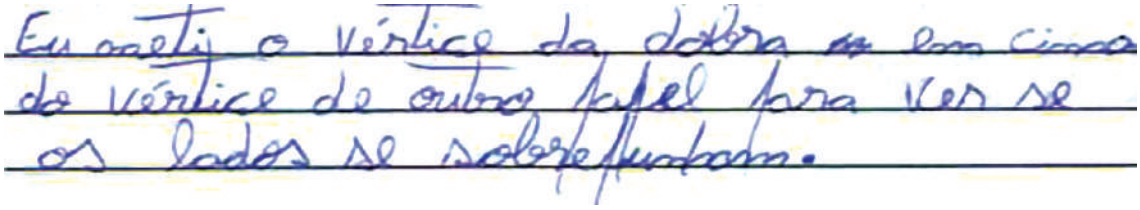

Eu meti o vértice da dobra em cima do vértice do outro papel para ver se os lados se sobrepunham.

Figura 15. Resposta do Alpha à questão A.1.3 b)

Utilizou a mesma estratégia que na última tentativa da alínea a) (Primeira e segunda tentativas de resolução do Alpha à questão A.1.3) para fazer outra dobra, que não vincou totalmente, como se quisesse fazer apenas um segmento.

Na explicação refere um processo semelhante àquele que foi utilizado para a reta perpendicular. Como a dobra inicial era uma diagonal da folha, afirma que juntou esse canto da folha ao "meio da reta" e vincou (Resposta do Alpha à questão A.1.3 d)).

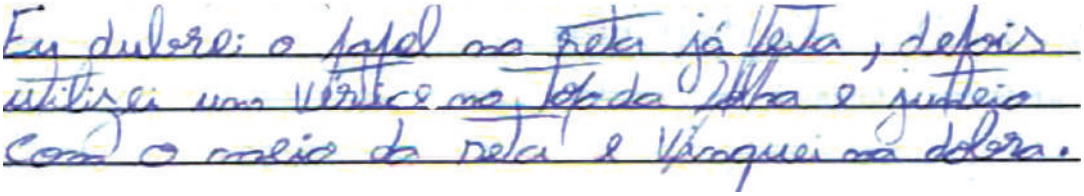

Eu dobrei o papel na reta já feita, depois utilizei um vértice na ponta da folha e juntei com o meio da reta e vinquei na dobra.

Figura 16. Resposta do Alpha à questão A.1.3 d)

O aluno teve necessidade de nomear as retas para responder a esta questão (Resposta do Alpha à questão A.1.3 e)).

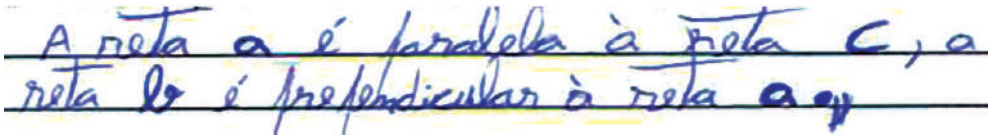

A reta a é paralela à reta c, a reta b é perpendicular à reta a.

Figura 17. Resposta do Alpha à questão A.1.3 e)

Alpha tenta justificar que as retas são paralelas, apesar de não reconhecer que o processo que descreveu funciona apenas porque a dobra inicial correspondia a uma diagonal do retângulo e a referência ao meio limita a obtenção de outra reta perpendicular, o que significa que talvez não compreenda que poderia ter obtido outra reta perpendicular se tivesse juntado o canto da folha a outro ponto na diagonal. Este processo evidencia o reconhecimento que, para se obter uma reta paralela a uma reta inicial, pode-se encontrar uma perpendicular a uma reta que seja perpendicular à reta inicial.

A abordagem de Alpha às alíneas a) e c) mostra uma compreensão relacional, visto que reconhece que, ao unir os cantos da folha está a construir uma perpendicular à diagonal e consegue interligar os conhecimentos, de forma a concluir que apenas precisa de repetir o processo para obter uma reta paralela. Isto é, reconhece as propriedades referidas e relaciona-as, o que se enquadra num nível descritivo. A sua resolução revela uma compreensão relacional da associação entre retas perpendiculares e paralelas, bem como um nível de pensamento geométrico descritivo.

Épsilon fez uma primeira tentativa onde executou várias dobras concorrentes. Após as primeiras duas dobras que lhe pareciam perpendiculares, a investigadora perguntou-lhe se conseguia verificar isso. A aluna não sabia dizer como e a investigadora relembrou-a de que dispunha de retângulos e de um quadrado. Rapidamente pegou num retângulo e percebeu que a dobra que tinha feito não era perpendicular à anterior. Em relação às dobras seguintes, duas delas correspondiam às diagonais da folha que, sendo um retângulo, não eram perpendiculares. Por fim, fez uma dobra, sobrepondo uma das dobras que tinha feito, obtendo uma perpendicular. Nessa folha também fez uma paralela à segunda reta, que corresponde à tentativa de responder à alínea c), e que replicou na outra folha.

Na segunda tentativa, fez duas dobras que sobrepunham um lado da folha ao outro (a construção que se faz para obter um quadrado através de um retângulo), ou seja, há evidência que sabia que as diagonais de um quadrado são perpendiculares (Primeira e segunda tentativas de resolução da Épsilon à questão A.1.3).

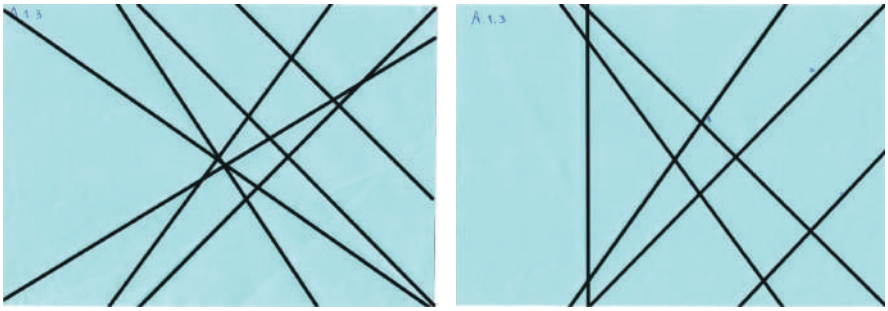


Figura 18. Primeira e segunda tentativas de resolução da Épsilon à questão A.1.3

A resolução de Épsilon evidencia a intenção de utilizar as diagonais. Inicialmente fez as diagonais do retângulo, sendo questionada pela investigadora se conseguia verificar se as retas eram perpendiculares, pegou num retângulo e comprovou que não (nível visual).

Acabou por executar uma dobra sobrepondo outra, depois de a investigadora ter dito para refletir sobre o que sucederia se o enunciado permitisse que as retas fossem perpendiculares à margem. Revelando assim uma compreensão relacional, uma vez que conseguiu transpor essa situação para aquela onde se encontrava.

Mesmo assim, não ficou satisfeita e intuiu que as diagonais do quadrado são perpendiculares (este reconhecimento de propriedades enquadra-se num nível descritivo).

Há evidência que o recurso ao origami permitiu que a aluna chegasse a uma compreensão de nível superior, dado que não dispunha dos materiais de desenho para aplicar simplesmente um processo mecânico.

A justificação de Épsilon para a perpendicularidade das retas teve por base a utilização do quadrado como um instrumento de verificação que o ângulo entre as retas tinha 90º (esposta da Épsilon à questão A.1.3 b)).

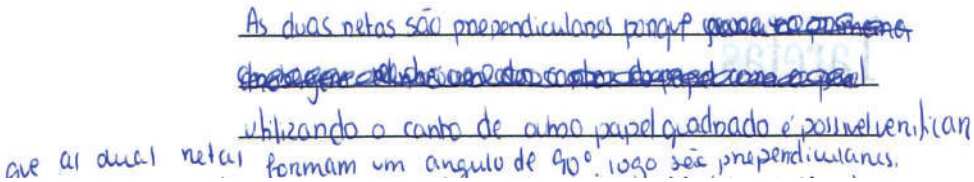

As duas retas são prependiculares porque
utilizando o canto de cada papel quadrado é possível verificar
que as duas retas formam um angulo de 90°. logo são prependiculares.

Figura 19. esposta da Épsilon à questão A.1.3 b)

Para obter retas paralelas, fez uma dobra de tal forma que sobrepôs a primeira dobra que tinha feito, utilizando a ideia de que uma perpendicular à primeira reta seria paralela à segunda (Primeira e segunda tentativas de resolução da Épsilon à questão A.1.3).

Como a aluna resolveu a questão das retas perpendiculares com duas diagonais do maior quadrado que se conseguiria obter com a folha, as dobras que tinham passavam nos cantos da folha. Assim, na sua resposta escreveu que uniu um vértice com a interseção das duas retas perpendiculares entre si (Resposta da Épsilon à questão A.1.3 d)).

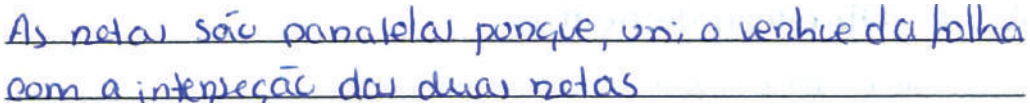

As retas são paralelas porque, uni o vertice da folha
com a intersecção das duas retas

Figura 20. Resposta da Épsilon à questão A.1.3 d)

A aluna identificou bem as retas e a sua posição relativa (Resposta da aluna Épsilon à questão A.1.3 e)). Teve necessidade de nomear as retas *a*, *b* e *c* para responder a esta questão, identificando-as nas próprias folhas com as dobras (Primeira e segunda tentativas de resolução da Épsilon à questão A.1.3).

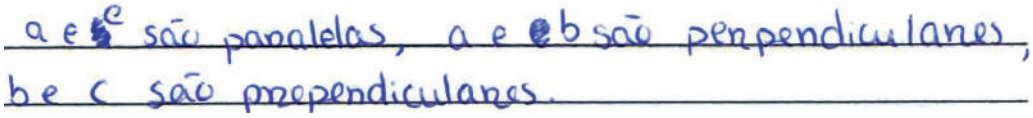

a e c são paralelas, a e b são perpendiculares,
b e c são prependiculares.

Figura 21. Resposta da aluna Épsilon à questão A.1.3 e)

Nesta resolução destaca-se a utilização da perpendicularidade das diagonais de um quadrado, tendo a aluna transformado os retângulos iniciais em quadrados.

Analisando apenas o que escreveu sobre as retas perpendiculares, a sua resolução revela uma compreensão instrumental, embora o seu pensamento possa ter ido mais além. Na resolução das três alíneas há evidências que permitem enquadrá-la na compreensão relacional.

Em relação às retas paralelas, a justificação apresentada acaba por carecer de aprofundamento. A aluna limita-se a descrever o processo, em vez de fundamentá-lo. A sua ideia de utilizar o ponto de interseção das duas retas que correspondem às diagonais do quadrado maior, também é redutora das várias possibilidades de se obter uma reta perpendicular, dando a entender que não é possível utilizar outro ponto para sobrepor o vértice do retângulo inicial da folha de papel.

No entanto, considerando a sua interpretação das diagonais, é possível que a sua linha de raciocínio tenha sido fundamentada na possibilidade de obter um novo quadrado a partir da interseção das diagonais do quadrado original, com um dos vértices coincidindo com esse ponto de interseção. Assim, com estes dois quadrados consegue afirmar que as diagonais correspondentes são paralelas.

No que escreve, a aluna revela dificuldades na compreensão relacional e também mostra apenas um nível visual do seu pensamento geométrico, uma vez que não fundamenta o processo com propriedades.

Van Hiele (1999) afirma que para avaliar o nível de pensamento geométrico não basta observarmos o conhecimento transmitido através da escrita, logo a resolução da aluna encontra-se no nível teórico, revelando a ordenação das propriedades das diagonais no quadrado e do quadrado que obteve a partir do retângulo inicial.

Conclusões

A relação das tarefas com os axiomas de Huzita e Hatori, que sustentam o conteúdo matemático deste estudo, fundamentam a sua utilização para consolidação de conceitos de geometria. Sistematizando a análise dos estudos de caso segundo Skemp (2016) e Van Hiele (1986), na questão A.1.1, Alpha e Épsilon mostraram um nível descritivo, tendo em conta que ambos conseguiram generalizar a forma de obtenção de um ponto, por interseção de duas retas. Apenas Épsilon conseguiu, na questão A.1.2, mostrar a ligação entre a reta e a dobra (compreensão relacional) e explicar bem que essa reta é única (nível de pensamento geométrico descritivo). No entanto, a aluna afirmou que existem infinitas semirretas definidas pelos dois pontos, enquanto Alpha conseguiu identificar as duas semirretas definidas pelos pontos A e B.

O pensamento geométrico de Épsilon no momento da obtenção de retas perpendiculares foi de nível superior, pois a aluna mostrou saber que as diagonais de um quadrado são perpendiculares, pelo que fez uma dobra unindo os lados correspondentes, a largura e o comprimento do retângulo, como se estivesse a fazer uma construção para obter um quadrado. Com esta associação de ideias revelou uma compreensão relacional e um nível de pensamento geométrico teórico. Alpha também obteve as retas perpendiculares de uma forma diferente, fazendo uma diagonal do retângulo e depois unindo os vértices dessa diagonal, o que revela uma compreensão relacional e um nível de pensamento geométrico descritivo. É importante realçar que, no momento de dobrar uma reta paralela a uma das outras, os alunos utilizaram a estratégia de fazer uma perpendicular, que seria paralela a uma das dobras já feitas.

Os dados recolhidos revelam que o origami é um material manipulável que permite a caracterização do nível de conhecimento dos alunos sobre os conceitos de geometria no plano, em particular os trabalhados neste estudo. O questionamento dos alunos durante a

resolução das questões e as suas respostas sustentam as aprendizagens e facilitam a identificação dos conceitos que ainda não estão consolidados.

Referências bibliográficas

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto editora.

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., . . . Marques, P. (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática [9.º ano]. ME-DGE.

da Costa, M. M. (2017). *A Utilização de Materiais Manipuláveis e Geogebra no Ensino e Aprendizagem do Tema Lugares Geométricos Numa Turma do 9.º ano.* [Tese de doutoramento, Universidade do Minho (Portugal)].

Maffini, A. (2020). La geometria dell'origami. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula,* (8), 92-114.

Martins, G. O., & Gomes, C. S. (2017). Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO). Ministério da Educação. Homologado pelo Despacho.

Melo, H. S. (1 de Fevereiro de 2024). Matemática e a arte milenar do Origami. *Correio dos Açores.* Obtido de https://correiodosacores.pt/2024/02/01/matematica-e-a-arte-milenar-do-origami/

Ministério da Educação. (2018a). Aprendizagens Essenciais [9.º ano].

Ministério da Educação. (2018b). Aprendizagens Essenciais [7.º ano].

Ministério da Educação. (2018c). Aprendizagens Essenciais [8.º ano].

National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, Va.

Pimenta, A. L., & Gazire, E. S. (2019). O uso do origami na prática de professores que ensinam matemática: uma abordagem axiomática em construções geométricas. *Revista do Instituto de Ciências Humanas, 15*(21).

Prieto, J. I. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma: revista de matemáticas= matematika aldizkaria,* (21), 175-192.

Rafael, I. (2011). Origami. *Educação e Matemática,* (114), 16-22.

Richards, L., & Morse, J. M. (2012). *README FIRST for a User's Guide to Qualitative Methods.* Sage publications.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics, 22*(1), 1-36.

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. *For the learning of mathematics, 14*(1), 44-55.

Skemp, R. R. (2016). Para este número seleccionámos: Compreensão relacional e compreensão instrumental. *Educação e Matemática,* (137), 24-28.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education.* Orlando, Florida: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching children mathematics, 5*(6), 310-316.

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele model of geometric thinking. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, 1*, 72-75.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (Vol. 5). sage.

Valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática de futuros professores à entrada da sua formação inicial

Values about the teaching and learning of mathematics of pre-service teachers, at the entrance of their teacher education program

Rosa Tomás Ferreira[1], Ana Isabel Silvestre[2], Hélia Jacinto[3], Lurdes Serrazina[4], Cristina Martins[5], Elvira Santos[6], Joana Castro[7], Manuel Vara Pires[8], Nélia Amado[9], Susana Carreira[10]

[1] Faculdade de Ciências da Universidade do Porto & CMUP, Portugal, *rferreir@fc.up.pt*
[2] Centro de Estudos em Educação e Inovação (CI&DEI), Portugal, *anaisabelsilvestre@gmail.com*
[3] Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, *hjacinto@ie.ulisboa.pt*
[4] Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa & UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, *lurdess@eselx.ipl.pt*
[5] Centro de Investigação em Educação Básica, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal, *mcesm@ipb.pt*
[6] Escola Superior de Educação da Lusofonia, Portugal, *elvira.santos@ipluso.pt*
[7] Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa & CICS-Nova, Portugal, *joanac@eselx.ipl.pt*
[8] Centro de Investigação em Educação Básica, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal, *mvp@ipb.pt*
[9] FCT, Universidade do Algarve & UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, *namado@ualg.pt*
[10] FCT, Universidade do Algarve & UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, *scarrei@ualg.pt*

Resumo. *Este artigo apresenta um estudo que envolveu estudantes do 1.º ano de cursos de Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, de universidades públicas portuguesas, em que se pretendeu identificar e discutir os aspetos que valorizam no ensino e na aprendizagem desta disciplina. O estudo adotou uma metodologia qualitativa e recorreu à análise de conteúdo para categorizar as respostas dos 29 participantes. Em duas questões de resposta aberta solicitou-se a indicação de três aspetos que, na perspetiva do inquirido, são os mais importantes no ensino e na aprendizagem da matemática. Os resultados do estudo mostraram que, de um modo geral, os futuros professores priorizam os valores 'Processo' e 'Conceções, conhecimento e práticas do professor'. Relativamente ao valor 'Processo', as respostas dos participantes remetem claramente para a valorização da compreensão matemática; relativamente ao valor 'Conceções, conhecimento e práticas do professor', destacam-se os métodos de ensino-aprendizagem e a preparação/conhecimento científico e/ou pedagógico dos professores. Neste estudo exploratório, os valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática priorizados pelos futuros professores refletem elementos centrais*

subjacentes às atuais orientações curriculares para o ensino da matemática no nosso país.

Abstract. *This article presents a study that involved students in the 1st year of Master's courses in Mathematics Teaching in Junior High and Secondary Education, at Portuguese public universities. The aim was to identify and discuss the aspects they value in the teaching and learning of this subject. The study adopted a qualitative methodology and used content analysis to categorize the responses of 29 participants. In two open-ended questions, participants were asked to indicate three aspects they consider the most important in the teaching and learning of mathematics. The results of the study showed that, in general, future teachers prioritize the values: 'Process' and 'Teachers' conceptions, knowledge, and practices'. Regarding the 'Process' value, participants' responses clearly emphasize the importance of mathematical understanding; regarding the 'Teachers' conceptions, knowledge, and practices' value, the focus is on teaching and learning methods and on subject matter and/or pedagogical preparation/knowledge of teachers. In this exploratory study, the values prioritized by future teachers about mathematics teaching and learning reflect central elements underlying the current curricular guidelines for school mathematics in our country.*

Palavras-chave: Valores em Educação Matemática; Futuros Professores; Ensino-aprendizagem da Matemática.

Keywords: Values in Mathematics Education; Pre-service Teachers; Mathematics Teaching and Learning.

Introdução

Nos últimos anos, registou-se um interesse crescente em conhecer e explicar os valores em educação matemática (Hill & Hunter, 2023), apesar da complexidade que lhe está associada (Hill et al., 2021). Fan (2021) refere que essa complexidade advém, em grande parte, do conceito de valores e explica que, quando se fala de valores em educação matemática, o que é valorizado pode ser a matemática, o ensino e a aprendizagem da matemática ou a educação matemática como parte da educação geral, e aqueles que valorizam podem ser alunos, professores, criadores de currículos, decisores políticos educacionais, líderes governamentais, o público em geral ou a sociedade. Além disso, os valores podem ser sobre os resultados do ensino ou da aprendizagem ou sobre o seu processo. Não obstante a complexidade descrita, a investigação tem revelado o potencial dos valores, dando a conhecer essencialmente os aspetos que alunos e professores mais valorizam no ensino e na aprendizagem da matemática, o alinhamento dos valores e o seu pendor sociocultural.

A investigação existente em Portugal acerca da temática dos valores tem vindo a dar os seus primeiros passos sobretudo através da equipa portuguesa do *The Third Wave Lab*, constituída no âmbito das atividades do Grupo de Trabalho da Investigação (GTI), da Associação de Professores de Matemática (APM). Com base numa recolha alargada de dados realizada em 2019, foram já publicados diversos trabalhos (e.g., Serrazina et al., 2022; Silvestre et al., 2020, 2021, 2022, 2023), todos eles versando os valores manifestados por professores de

matemática. Mas, o conhecimento dos valores detidos por futuros professores de matemática é também pertinente, oferecendo informação relevante para a formação inicial de professores, seja na sua estrutura, seja sobretudo nos tópicos abordados e metodologias de trabalho e de avaliação. Numa altura em que a procura dos cursos de formação inicial de professores dá sinais claros de crescimento, e em que se anunciam alterações significativas por parte da tutela para a construção das matrizes curriculares dos mestrados profissionalizantes e também nas condições de realização da iniciação à prática profissional, neste estudo exploratório, procurámos identificar e discutir aspetos que futuros professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Secundário consideram importantes no ensino e na aprendizagem da matemática.

Nas secções seguintes, apresenta-se i) um enquadramento teórico que discute a noção de valores e o que é valorizado no ensino e na aprendizagem, no quadro da investigação em educação matemática, com referência à formação inicial de professores, ii) os aspetos metodológicos deste estudo, nomeadamente, os procedimentos de análise dos dados, iii) os resultados mais proeminentes e a sua discussão à luz de estudos internacionais relacionados, e iv) algumas considerações finais e implicações destes resultados.

Valores em Educação Matemática[1]

A noção de "valor" ganhou proeminência em Educação Matemática quando Alan Bishop (1988) a destacou a partir de uma perspetiva cultural. Avançando nessa linha, Seah (2008) propôs que os valores e o processo de valorização não são exclusivamente cognitivos ou afetivos, pois não representam apenas um processamento mental, nem são exclusivamente orientados pelos afetos, mas são influenciados também pelo ambiente sociocultural no qual o indivíduo se encontra. As atitudes, preferências, opções e ações relacionadas com o ensino e aprendizagem da matemática refletem aquilo que os alunos e os professores valorizam, e, também, o que é valorizado pelas sociedades (Seah & Andersson, 2015). Como refere Zhong et al. (2024), o estudo *What I Find Important (in my maths learning)*, do *The Third Wave Lab,* que analisou 21 comunidades de várias regiões do mundo, permitiu verificar que os alunos valorizam diferentes aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem da matemática, resultando em conjuntos de valores únicos em cada sistema educativo.

A conceção de valores em Educação Matemática abarca três dimensões: (i) valores culturais e gerais relacionados com a educação; (ii) valores acerca da própria matemática; e (iii) valores relativos ao ensino e à aprendizagem desta disciplina (Kinone et al., 2020). Os valores culturais e gerais educacionais dizem respeito à visão educacional. Os valores acerca da matemática refletem a natureza da matemática. Por sua vez, os valores relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática são os aspetos que os alunos e professores consideram ser importantes para aprender e ensinar matemática com sucesso (Kinone et al., 2020; Seah & Peng, 2012; Seah, 2019). No caso dos professores, são os aspetos que "se expressam através das práticas pedagógicas quando ensinam matemática nas escolas" (Seah, 2013, p. 194).

A investigação no campo dos valores focou-se, inicialmente, na identificação e compreensão dos valores educacionais gerais ou matemáticos, mas esse panorama mudou na primeira década do século XXI, registando-se um interesse crescente no estudo dos valores relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática de alunos, professores e, ainda, os que estão inculcados nos currículos (Kim et al., 2024).

Em 2013, Dede reportou que os professores alemães e os professores turcos valorizam diferentes aspetos no ensino e na aprendizagem da matemática, sendo que esta diferença também varia de acordo com os anos de escolaridade que são lecionados. Num estudo desenvolvido na Suécia, com o objetivo de conhecer o que é valorizado por professores e alunos dos 7.º e 8.º anos nas aulas de matemática, Peng e Nyroos (2012) concluíram que os professores valorizam a exposição, a interação entre os alunos da turma e a atmosfera tranquila da sala de aula, a comunicação, o trabalho de grupo, a experimentação e a aprendizagem fora da sala de aula. Um outro estudo conduzido na Coreia do Sul, por Yim et al. (2020), envolvendo professores e futuros professores, identificou aulas divertidas, a resolução de problemas, as representações, o cálculo, a aptidão e a explicação como valores relativos ao ensino e à aprendizagem da disciplina, sendo a resolução de problemas o mais valorizado por professores e futuros professores.

Muito recentemente, Chia e Zhang (2023) estudaram o alinhamento entre os valores dos professores da Malásia e os dos seus alunos, relativamente à aprendizagem da matemática. Concluíram que os professores priorizam o processo em vez do produto, a arduidade em detrimento do bem-estar, o esforço em relação à aptidão, a aplicação de conhecimentos em vez do cálculo, as ideias e práticas em vez de factos e teorias, a exploração em vez da exposição, e a memorização em vez da criação. Num estudo realizado em Portugal, Silvestre et al. (2023) mapearam os aspetos que os professores de matemática dos 7.º e 10.º anos valorizam no ensino e na aprendizagem da matemática e concluíram que os professores priorizam a motivação e dedicação, bem-estar, e currículo e organização da escola.

Formação inicial e valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática

A nível internacional, os estudos sobre valores envolvendo futuros professores são muito escassos. Os que nos foi possível consultar foram realizados em contextos culturais e sistemas educativos que se afastam um pouco da realidade portuguesa, o que exige um certo cuidado na interpretação dos resultados desses estudos.

Osman et al. (2024) realizaram um estudo envolvendo 59 futuros professores após uma experiência de trabalho direto com alunos nas escolas com a duração de três meses. Com base num questionário sobre valores acerca do ensino e aprendizagem da matemática, entre outros aspetos, os participantes reportaram valorizar significativamente a promoção da "apreciação pelo conhecimento [matemático] na sala de aula" (p. 4), assim como do "domínio de habilidades matemáticas" (p. 5). Esta última expressão (tradução de "mastering skills in mathematics") pode ser interpretada como traduzindo um enfoque numa aprendizagem da matemática baseada no desenvolvimento de destrezas na realização de procedi-

mentos sem, necessariamente, uma relação com a compreensão dos conceitos envolvidos. Contudo, Osman et al. (2024) referem, a propósito dos futuros professores participantes no seu estudo, que estes

> desenvolvem constantemente as capacidades necessárias para compreender conceitos matemáticos. Ao dominar as capacidades de aprendizagem matemática, os professores podem ajudar os alunos a melhorar a sua compreensão e aptidão matemáticas. (p. 6)

Por conseguinte, parece existir, no percurso formativo dos futuros professores participantes neste estudo, uma valorização da compreensão de conceitos, a par com o desenvolvimento de destrezas e outras capacidades matemáticas.

Os resultados do estudo de Osman et al. (2024) reforçam, de certa maneira, o que Haciömeroğlu (2020) realçou num outro estudo envolvendo futuros professores. O autor chamou a atenção para que "os valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática dos futuros professores são moldados e alterados pelas suas vivências na sala de aula de matemática enquanto alunos" (p. 261). Adicionalmente, os futuros professores adquirem experiências variadas ao serem envolvidos em determinadas unidades curriculares do seu percurso formativo profissionalizante, nomeadamente as unidades curriculares de didáticas específicas e de iniciação à prática profissional incluindo a prática de ensino supervisionada. "Como resultado destas experiências, os futuros professores podem modificar os seus valores para um ensino eficaz da matemática" (p. 261).

De facto, a eficácia de um certo método de ensino depende da forma como o professor o usa e de como o professor o avalia em termos do seu sucesso espelhado na aprendizagem dos alunos. Essa apreciação, porém, reflete os valores do professor sobre o ensino e a aprendizagem da matemática (Zhang, 2019). Para Haciömeroğlu (2020), "é essencial identificar os valores dos futuros professores relacionados com o ensino da matemática, uma vez que esses valores podem afetar a forma como ensinarão matemática aos seus alunos no futuro" (p. 260). O presente estudo, de natureza exploratória, pretende oferecer um primeiro contributo para este campo ainda tão pouco explorado. Além disso, tal como Haciömeroğlu (2020) sugere, o conhecimento dos valores dos futuros professores de matemática é essencial para que os seus formadores possam melhor alinhar as suas práticas proporcionando-lhes oportunidades para que tomem consciência dos seus próprios valores, de como estes afetam o seu ensino, a aprendizagem matemática e a construção dos valores dos seus futuros alunos.

Metodologia

Todos os alunos do 1.º ano dos mestrados em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário[2], oferecidos pelas instituições de ensino superior públicas de Portugal continental e regiões autónomas, foram convidados para participar no estudo "O que considero importante no ensino e na aprendizagem da matemática?", com o objetivo de

conhecer e caracterizar os valores veiculados pelos futuros professores, relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática.

A recolha de dados

Os dados foram recolhidos por meio de um questionário online, dirigido a futuros professores de matemática, composto por itens de resposta fechada (escala de tipo Likert de 5 níveis) e itens de resposta aberta. O questionário é uma adaptação ao contexto português do questionário elaborado pelo consórcio *The Third Wave Project* (ver Kinone et al., 2020); foi traduzido do inglês e adaptado pela equipa portuguesa deste consórcio. A versão final do questionário engloba um total de 66 itens. Nesta comunicação, tratam-se apenas os itens de 1 a 6, que visavam recolher dados sociodemográficos sobre os participantes, bem como os itens 7 e 8 onde se solicitava aos futuros professores que indicassem os três principais aspetos que influenciam, respetivamente, a aprendizagem e o ensino da matemática dos alunos. Esta comunicação foca-se exclusivamente na análise qualitativa das respostas abertas dos participantes sobre os aspetos que consideraram mais importantes no ensino e na aprendizagem da matemática (itens 7 e 8). O item 7 solicitava a identificação dos três aspetos que, do seu ponto de vista, valorizam na aprendizagem da matemática por parte dos alunos e uma justificação dessas escolhas (Figura 1). O item 8 solicitava a identificação dos três aspetos que, do seu ponto de vista, valorizam no ensino da matemática e respetiva justificação (Figura 1). Assumiu-se que um futuro professor, ao ter de mencionar três aspetos como os mais importantes, iria escolher aqueles que mais valoriza na aprendizagem e no ensino da matemática.

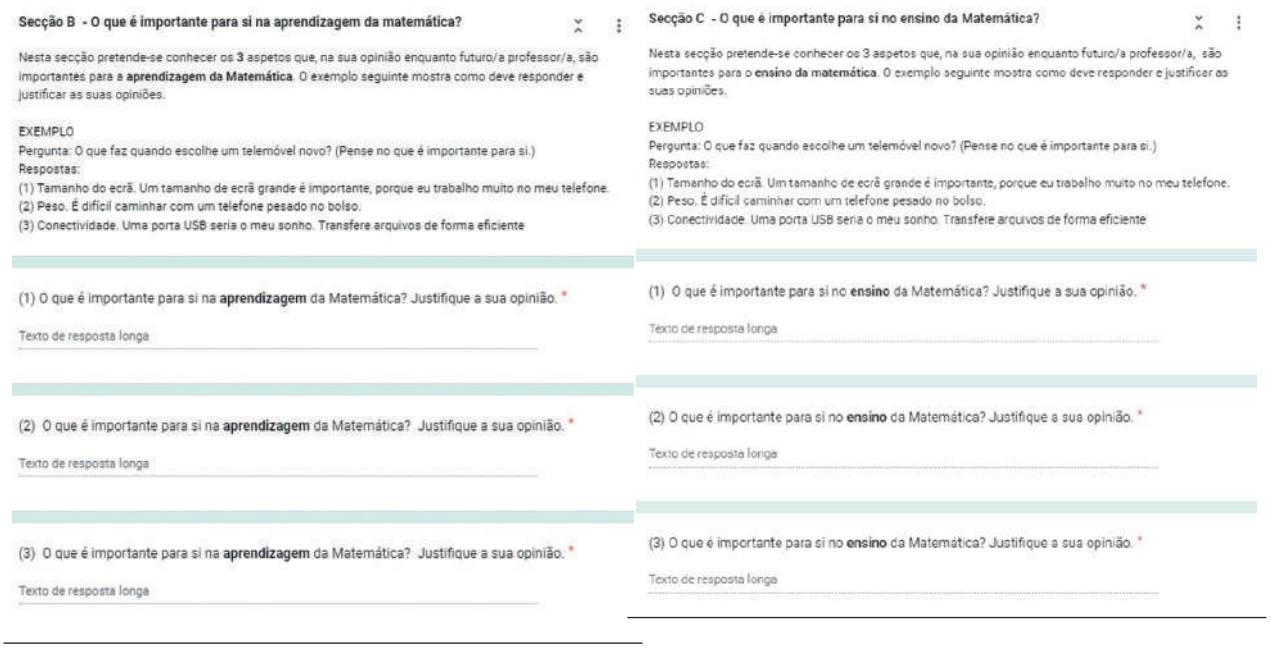


Figura 1. Itens 7 e 8 do questionário aplicado aos futuros professores

Os participantes

No convite dirigido aos alunos do 1.º ano dos mestrados em Ensino de Matemática, em conformidade com todas as questões éticas associadas a este tipo de estudos, foi assegurado aos participantes que a sua contribuição seria anónima e voluntária, e que os dados recolhidos seriam tratados com confidencialidade, não interferindo de modo algum com o seu desempenho académico.

Um total de 29 estudantes, futuros professores de matemática, provenientes de universidades públicas nacionais que oferecem o curso de Mestrado em Ensino de Matemática, respondeu ao questionário. De referir que, atualmente, existe um número reduzido de estudantes a frequentar os cursos que permitem o acesso à docência da disciplina de matemática, no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário.

O questionário foi aplicado entre outubro e início de novembro de 2023, pelo que importa contextualizar o trabalho feito até então com estes estudantes nos vários cursos de mestrado. No 1.º semestre do 1.º ano, o currículo do Mestrado em Ensino de Matemática inclui uma ou duas unidades curriculares da área científica de Didática da Matemática (cumprindo um total de 10 a 12 ECTS). Assim, de um modo geral e até ao momento da aplicação do questionário, os estudantes teriam tido oportunidade de contactar com diferentes perspetivas sobre a natureza da matemática, bem como finalidades e objetivos do ensino da matemática. Puderam ainda analisar tendências ao nível da evolução curricular em matemática nos últimos anos, tanto em Portugal como a nível internacional. Iniciaram também uma análise dos princípios orientadores do ensino da matemática, conforme delineados nos documentos curriculares vigentes para o 3.º Ciclo do Ensino Básico e para o Ensino Secundário.

A maioria dos futuros professores respondentes é do género feminino (65,5%) e tem idade compreendida entre 20 e 29 anos (Tabela 1). De notar que a faixa etária dos respondentes varia entre os 20 e os 52 anos de idade. A grande maioria dos respondentes é licenciada em matemática (65,5%). Quatro respondentes (13,8%) completaram a licenciatura em matemática aplicada e outros tantos detinham também uma licenciatura, não tendo especificado em que ramo. Apenas dois respondentes não tinham ainda concluído a licenciatura (um em matemática e outro em matemática aplicada). Estes dois respondentes não eram formalmente estudantes de mestrado, mas frequentavam as unidades curriculares do 1.º ano do mestrado em ensino de matemática como unidades curriculares singulares, enquanto terminavam a sua licenciatura. A Tabela 1 resume a caracterização dos participantes neste estudo.

Cerca de 90% dos futuros professores tem experiência profissional na área da educação, exercendo essencialmente a atividade de explicador/a de matemática num centro de explicações. Dois destes futuros professores têm já alguma experiência como professores de matemática, embora curta (Tabela 2).

Tabela 1. Caracterização dos participantes (n=29)

	Descrição	n (%)
Género	Feminino	19 (65,5%)
	Masculino	10 (34,5%)
Idade	20 – 29 anos	23 (79,3%)
	30 – 39 anos	1 (3,4%)
	40 – 41 anos	3 (10,3%)
	50 – 52 anos	2 (6,9%)
Formação anterior	Licenciatura em Matemática (concluída)	19 (65,5%)
	Licenciatura em Matemática (em conclusão)	1 (3,4%)
	Licenciatura em Matemática Aplicada (concluída)	4 (13,8%)
	Licenciatura (não identificada; concluída)	4 (13,8%)
	Licenciatura (não identificada; em conclusão)	1 (3,4%)

Nota: n=frequência, %=percentagem

Tabela 2. Caracterização da experiência profissional dos participantes (n=29)

	n (%)	Descrição	N
Como professor/a de matemática	2 (6,9%)	< 1 ano	0
		1 – 3 anos	2
Como explicador/a de matemática	19 (65,5%)	< 1 ano	5
		1 – 3 anos	10
		4 – 7 anos	2
		7 – 10 anos	0
		> 10 anos	2
Noutra área relacionada com a educação	5 (17,2%)	< 1 ano	0
		1 – 3 anos	4
		4 – 7 anos	0
		7 – 10 anos	0
		> 10 anos	1
Sem experiência de trabalho na área da educação	3 (10,3%)	---	---

Nota: n=frequência, %=percentagem

Análise dos dados

Procedeu-se a uma análise de conteúdo das respostas dos itens 7 e 8, após o processo de limpeza dos dados, com o intento de identificar os aspetos mais valorizados pelos futuros professores relativamente ao ensino e à aprendizagem da matemática. A análise dos dados foi feita com base no livro de códigos utilizado no mais recente trabalho publicado pela equipa portuguesa do *The Third Wave Lab* (Silvestre et al., 2023), com uma ligeira adaptação feita à medida que foram analisados os dois itens do questionário dirigido aos futuros professores em que nos focamos nesta comunicação. Assim, incluíram-se alguns novos códigos abertos, como "aprender com os erros", "pensamento crítico", "pensamento flexível", "inclusão" e "comunicação matemática". A Tabela 3 apresenta os pares de valores que compõem o livro de códigos, bem como uma breve síntese do seu significado no ensino e aprendizagem da matemática.

Tabela 3. Valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática (adaptado de Kinone e Seah (2015), Silvestre et al. (2023, pp. 75-76))

	Valores	Conteúdo
1	Aptidão	Valoriza o talento, aptidão, habilidade, capacidade no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Motivação e dedicação	Valoriza o esforço, a dedicação e a motivação no ensino e na aprendizagem da matemática.
2	Bem-estar	Valoriza situações de ambiente calmo, de bem-estar e gosto no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Arduidade	Valoriza o comportamento disciplinado, a dificuldade e o ambiente de tensão no ensino e na aprendizagem da matemática.
3	Processo	Valoriza a realização de processos no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Produto	Valoriza a obtenção de produtos no ensino e na aprendizagem da matemática.
4	Aplicação de conhecimentos	Valoriza a aplicação do conhecimento na resolução de exercícios e problemas no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Cálculo	Valoriza o cálculo e a execução de algoritmos no ensino e na aprendizagem da matemática.
5	Factos matemáticos e abstração	Valoriza os factos matemáticos e a abstração no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Matemática em contexto	Valoriza o contexto do quotidiano ou mundo real no ensino e na aprendizagem da matemática.
6	Exposição	Valoriza a explicação por parte do professor no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Exploração	Valoriza a exploração e a descoberta pelos próprios alunos, incluindo a colaboração, no ensino e na aprendizagem da matemática.
7	Memorização	Valoriza a memorização, o relembrar do conhecimento matemático tal como foi transmitido, no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Construção	Valoriza a criação de ideias, de processos e produtos pelo aluno no ensino e na aprendizagem da matemática.
8	Recursos tecnológicos	Valoriza o uso de tecnologias no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Recursos não tecnológicos	Valoriza o uso de recursos não tecnológicos no ensino e na aprendizagem da matemática.
9	Currículo e organização da escola	Valoriza aspetos relacionados com o currículo e com a organização da escola no ensino e na aprendizagem da matemática.
	Equipamento e condições físicas da escola	Valoriza aspetos relacionados com o equipamento e o espaço físico da escola no ensino e na aprendizagem da matemática.
10	Formação profissional do professor	Valoriza a formação inicial e a formação contínua do professor no ensino da matemática.
	Conhecimento e práticas do professor	Valoriza aspetos do conhecimento e das práticas do professor no ensino da matemática.

Apresentação de resultados

Nesta secção, apresentamos os resultados da análise dos dados. De um total de 174 dados (três aspetos identificados para cada um dos itens 7 e 8 do questionário), provenientes de 29 inquiridos, foram considerados válidos 173. Apenas uma resposta ao item 8 (das três respostas possíveis do respondente em questão) não foi passível de codificação, porque foi

deixada em branco. As percentagens são sempre relativas ao total de respostas válidas e não ao total de participantes no estudo.

Ao contrário de estudos anteriores em que foi analisada uma grande quantidade de dados (e.g., Serrazina et al., 2022; Silvestre et al., 2022, 2023), o número de futuros professores que respondeu ao questionário não foi muito elevado. Constatou-se que vários participantes indicaram aspetos relacionados com o ensino no item sobre valores acerca da aprendizagem, e vice-versa. Por estes motivos, após a categorização das respostas, optámos por não distinguir os valores sobre a aprendizagem dos valores sobre o ensino da matemática, analisando os dados na procura dos aspetos sobre o ensino-aprendizagem da matemática a que os futuros professores dão importância.

A figura 2 expõe as percentagens obtidas para cada um dos valores sobre o ensino-aprendizagem da matemática, identificados pelos futuros professores participantes. A percentagem é calculada através do quociente entre o número total de respostas da categoria (isto é, o número de vezes que cada valor foi codificado) e o número total de respostas válidas.

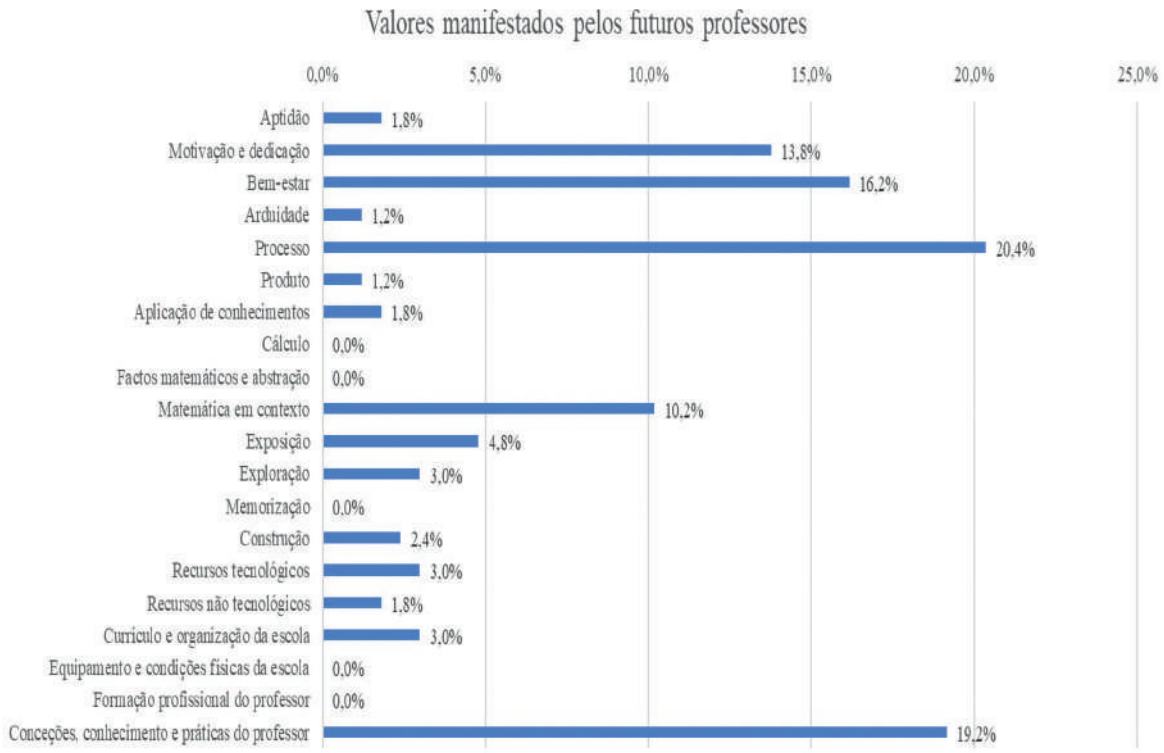


Figura 2. Percentagens da ocorrência de valores sobre o ensino-aprendizagem da matemática, manifestados pelos futuros professores inquiridos

Os resultados mostram que o *Processo* é o valor mais destacado nas respostas dos futuros professores (20,4%), seguido de *Conceções, conhecimento e práticas do professor* (19,2%) e *Bem-estar* (16,2%). No seu conjunto, estes três valores representam 55,8% dos aspetos mais valorizados pelos futuros professores acerca do ensino-aprendizagem da matemática. Os valores *Motivação e dedicação* e *Matemática em contexto* surgem também com alguma expressividade, reunindo 13,8% e 10,2%, respetivamente, das respostas dos participantes.

Qualquer um dos restantes valores considerados no livro de códigos têm um peso inferior a 5%, observando-se um conjunto de cinco valores que não foram identificados nas respostas de qualquer participante: *Cálculo*, *Factos matemáticos e abstração*, *Memorização*, *Equipamento e condições físicas da escola* e *Formação profissional do professor*. Dos valores com fraca expressividade, a *Exposição* reúne 4,8% das respostas, e os valores *Exploração*, *Recursos tecnológicos* e *Currículo e organização da escola* representam, cada um, 3% do conjunto das respostas obtidas. Dada a limitação de caracteres desta comunicação, detemo-nos apenas na análise dos valores *Processo* e *Conceções, conhecimento e práticas do professor*.

Processo

Foram vários os aspetos que exprimiram o valor *Processo*, entre os quais se destacou claramente a compreensão (57,1%). Por exemplo, um participante enfatizou que "Os alunos devem compreender os conteúdos lecionados, só assim conseguirão resolver as atividades dadas pelo professor sem usar um procedimento, mais concretamente, sem seguir uma 'receita'" e outro reforçou que "É necessário compreender e não apenas ver e saber fazer". Alguns futuros professores evidenciaram valorizar a compreensão matemática através das conexões. Por exemplo, um referiu que "Ser capaz de interligar os conceitos exige que os alunos percebam a matéria e não apenas a memorizem", realçando as conexões internas, enquanto outro se referiu às conexões externas: "Compreender/perceber a sua utilidade, não apenas escolar, mas para outras áreas, incluindo, do foro pessoal".

O aspeto da compreensão, relativamente ao valor *Processo*, foi maioritariamente explicitado com foco na aprendizagem, mas houve também algumas respostas que se focaram no professor e, portanto, no ensino. Por exemplo, um participante referiu-se à importância de o professor compreender as ideias dos alunos para os poder ajudar a ultrapassar dificuldades: "É preciso ter o cuidado de entender quando e o porquê de o aluno não estar a aprender". Um futuro professor reforçou a importância de o professor dar prioridade ao desenvolvimento da compreensão dos alunos, mesmo que isso signifique alterar o plano de aula e demorar mais tempo na abordagem dos tópicos matemáticos:

> Privilegiar que os alunos entendam em vez de que a planificação da aula fique cumprida. Acelerar para cumprir a planificação só piora o entendimento dos alunos. Embora o plano tenha que ser cumprido, é importante combater a pressão do "tenho que cumprir o plano" e criar estratégias para que esta gestão possa ser feita sem acelerar e comprometer a aprendizagem dos alunos.

O segundo aspeto mais mencionado relativamente ao valor *Processo* foi o raciocínio (20%), embora com uma expressividade bem menor que o aspeto da compreensão. As justificações para o aspeto do raciocínio evidenciaram elementos relacionados com o ensino e elementos relacionados com a aprendizagem. Por exemplo, a respeito desta, um participante destacou a importância do

> Desenvolvimento do raciocínio lógico e indutivo. Acredito que um dos aspetos mais importantes que o estudo da matemática nos proporciona é a capacidade de pensarmos logicamente e de notarmos padrões que nos podem facilitar muito a vida, nomeadamente, no nosso dia a dia.

Outro futuro professor referiu que "É muito importante desenvolver a capacidade de raciocínio nos alunos. Temos de dar espaço aos alunos para eles próprios interpretarem, definirem uma estratégia de resolução e para tal é necessário que tenham essa capacidade", dando assim relevância a elementos relativos ao ensino da matemática.

O valor *Processo* foi também expresso através de outros aspetos, embora residuais. Foram eles o pensamento crítico, o pensamento flexível, o pensamento lógico, a resolução de problemas, a comunicação e a avaliação, todos eles mencionados apenas por um futuro professor, com exceção da avaliação, que foi referida por dois. Os dois primeiros aspetos foram meramente indicados como tal; mas a indicação dos restantes foi acompanhada de algumas justificações. Por exemplo, a respeito da resolução de problemas, foi mencionada a relevância de "fomentar a resolução de problemas, mostrando que a matemática está no dia-a-dia", emergindo também as conexões externas. Sobre o pensamento lógico, foi destacado que "O que é importante para mim no ensino da matemática é o pensamento lógico, porque se for para decorar, não nos ajuda no nosso raciocínio", relacionando-o com a compreensão. A resposta "Ensinar a ler matemática (e.g., fórmulas algébricas, expressões geométricas)" remete-nos para questões relacionadas com a comunicação matemática, no aspeto de dar sentido a fórmulas e expressões. Os dois futuros professores que se referiram à avaliação realçaram a "diversidade nas formas de avaliação". A figura 3 apresenta a discriminação do valor *Processo* no ensino-aprendizagem da matemática.

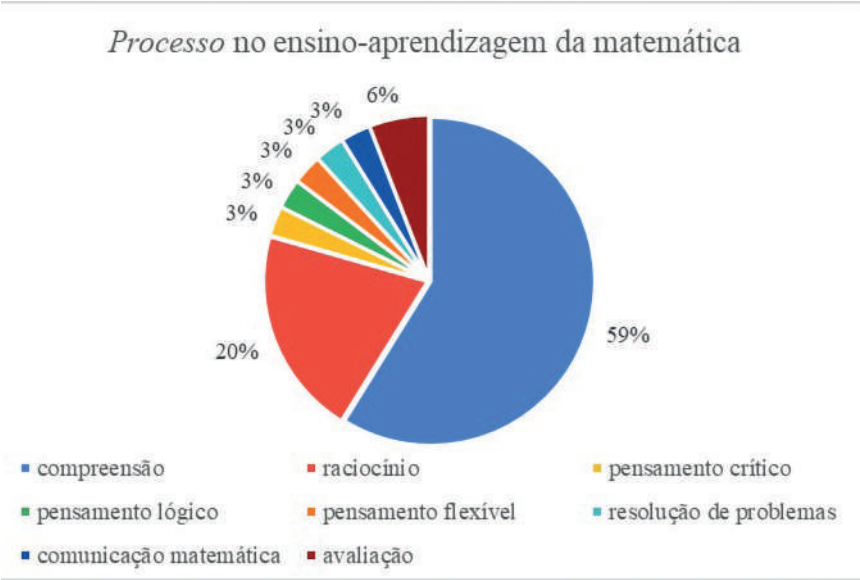


Figura 3. Discriminação do valor *Processo* no ensino-aprendizagem da matemática

Conceções, conhecimento e práticas do professor

O valor *Conceções, conhecimento e práticas do professor* foi expresso maioritariamente à custa dos aspetos relacionados com métodos de ensino-aprendizagem (45,2%) e com a preparação/conhecimento científico e/ou pedagógico do professor (41,9%), tal como ilustra a figura 4. Aspetos relacionados com as tarefas têm uma expressividade muito menor (12,9%) e os relacionados com as conceções do professor sobre o desenvolvimento profissional são residuais (3,2%).

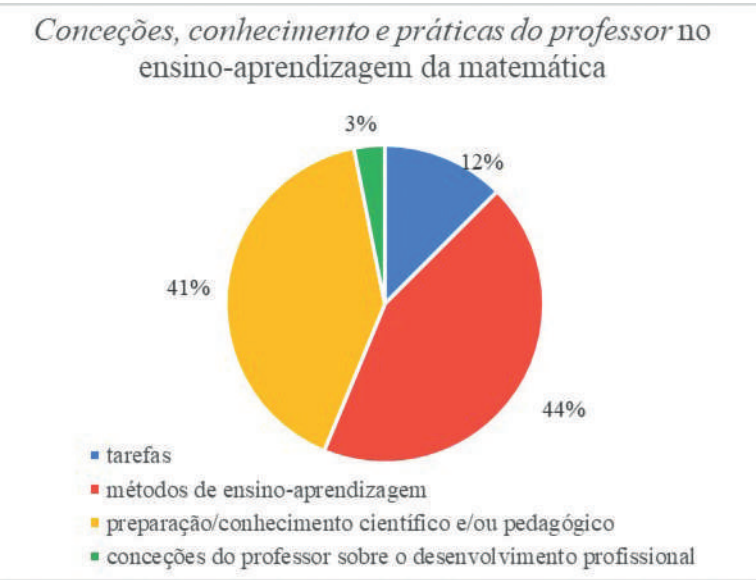


Figura 4. Discriminação do valor *Conceções, conhecimento e práticas do professor* no ensino-aprendizagem da matemática

Os futuros professores referiram diversos aspetos relativos a métodos de ensino-aprendizagem. A sua diversidade foi enfatizada. Por exemplo, um participante referiu que "na resolução de exercícios é importante dar a conhecer formas diferentes de abordar o problema. Caso tal não aconteça, a forma de resolução torna-se nada mais do que uma receita a ser replicada em casos semelhantes", sugerindo implicitamente a importância dessa diversidade para combater uma abordagem ao ensino baseada na memorização de procedimentos. Um futuro professor indicou a relevância de o aluno "Poder experimentar e ver um exemplo mais prático antes de se falar do caso geral. Claro que isto não é possível fazer sempre, mas quando é ajuda a prender a atenção dos alunos e a fazê-los entender melhor"; outro realçou "a interação entre o aluno e o professor, de forma que o aluno tenha a possibilidade de debater e discutir os temas com o professor, aprendendo assim de forma mais eficiente"; e ainda outro reiterou a necessidade de "Dar voz aos alunos. Torná-los participantes ativos na aula, mesmo que por vezes possam cometer incorreções, essas são importantes pois permitem ao professor corrigir o seu método de ensino". Estas respostas refletem elementos centrais de abordagens ativas e exploratórias ao ensino, subjacentes nas atuais orientações curriculares para a matemática escolar (Canavarro et al., 2021; Carvalho e Silva et al., 2023).

Acerca do valor *Conceções, conhecimento e práticas do professor*, houve vários aspetos mencionados. Por exemplo, respostas como "É preciso que os professores tenham uma boa base de conhecimentos e que aprendam a lidar com adolescentes, para assim conseguir compreendê-los, e ajudá-los no que precisarem", ou "Saber que o aluno realmente entendeu", ou ainda "[Termos a] Perceção da dificuldade dos alunos. Sem isto, não conseguiremos ir ao encontro das necessidades deles" refletem a importância dada a várias dimensões do conhecimento didático do professor. Igualmente relacionadas com o conhecimento didático, mas também com as práticas do professor, foram as respostas que destacaram o cuidado com a diversidade em sala de aula, tais como "O que é importante para mim na aprendizagem da matemática, é que o docente adapte o seu ensino com as diferentes diversidades que existem na sala de aula e nos estudantes".

As tarefas foram outro aspeto relacionado com o valor das *Conceções, conhecimento e práticas do professor*, apesar de terem uma expressividade muito menor que os dois aspetos analisados anteriormente. Um participante realçou que "O uso de desafios relativamente a coisas do quotidiano ajuda a que os alunos percebam melhor os conteúdos e lhes deem um sentido" e outro reforçou que "Atividades que não implicam ficar 50 minutos a tentar absorver matéria são mais aliciantes para os alunos, principalmente se as puderem realizar em grupo". Para outro futuro professor, torna-se importante propor

> [tarefas] de exploração com aplicações (ou não) no mundo real onde os alunos façam as suas conjeturas e argumentem o seu pensamento, pois assim vão ver que eles também têm a capacidade de fazer matemática e vêm que a matemática vai para além de contas e têm um grande peso no mundo real.

Apenas um futuro professor se referiu a elementos associados às conceções do professor sobre o desenvolvimento profissional, destacando a relevância do trabalho colaborativo para a melhoria contínua: "Trocar ideias com outros colegas. Não devemos nos isolar e tentar fazer tudo sozinhos. É importante pedir ajuda e dicas a outros colegas, principalmente aos que têm mais experiência, para melhorarmos o nosso método de ensino".

Conclusões e implicações

Este estudo exploratório procurou identificar os aspetos que futuros professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário consideram importantes no ensino-aprendizagem da matemática, à entrada no Mestrado em Ensino de Matemática em universidades públicas do país. Embora o número de participantes no estudo tenha sido reduzido, representa uma percentagem estimada considerável de futuros professores inscritos no 1.º ano do referido curso em 2023/2024.

Os resultados deste estudo evidenciam que os futuros professores de matemática valorizam predominantemente o *Processo* no ensino-aprendizagem, com destaque para a compreensão e o raciocínio lógico dos alunos. Estes valores sublinham a importância de métodos que promovam uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos e a capacidade de

raciocinar de forma lógica. Os futuros professores também reconhecem a relevância das *Conceções, conhecimento e práticas do professor* e do *Bem-estar* em sala de aula, indicando uma preocupação com a qualidade do conhecimento didático e das interações pedagógicas em sala de aula, assim como com a criação de um ambiente de aprendizagem saudável. Outro ponto saliente deste estudo é a expressividade dos valores *Motivação e dedicação* e *Matemática em contexto*, que refletem a importância atribuída ao envolvimento ativo dos alunos e à aplicação prática do conhecimento matemático. Estes resultados apontam para aspetos muito relevantes nas atuais orientações curriculares para o ensino da matemática (Canavarro et al., 2021; Carvalho e Silva et al., 2023; NCTM, 2014). Embora as vivências dos futuros professores nas unidades curriculares de didáticas específicas fossem ainda de pequena dimensão, dado que os dados foram recolhidos um ou dois meses após o início do percurso formativo dos participantes, elas podem ter influenciado os seus valores sobre o ensino-aprendizagem da matemática, o que vai ao encontro dos resultados de Haciömeroğlu (2020) e de Osman et al. (2024), sobretudo no que à relevância da compreensão diz respeito.

Dado o perfil dos respondentes, é compreensível que valores como *Formação profissional* e *Equipamento e condições físicas da escola* não tenham sido priorizados pelos futuros professores. Estando ainda no início da sua formação e sem uma experiência significativa em contexto escolar, é natural que estes aspetos não fossem indicados como particularmente importantes no ensino-aprendizagem da matemática. A não priorização dos valores *Cálculo*, *Factos matemáticos* e *Memorização* não implica que estes não sejam considerados importantes pelos futuros professores. O que este resultado reflete é a sua perceção de que outros valores, como a compreensão profunda dos conceitos, os métodos de ensino-aprendizagem e a preparação, o conhecimento científico e/ou didático dos professores, são mais importantes para um ensino-aprendizagem da matemática eficaz.

É também de salientar que os valores *Exploração*, *Currículo e organização da escola* e *Recursos tecnológicos* tiveram uma expressividade relativamente baixa. Isto pode ser explicado pela reduzida experiência de contacto com alunos do Ensino Básico e/ou Secundário de alguns participantes (dois como professores e vários como explicadores) e a ainda curta vivência nas unidades curriculares de didáticas específicas que todos estavam a frequentar, onde se procura modelar práticas pedagógicas eficazes.

Um outro resultado que sobressai neste estudo é o facto de os participantes priorizarem aspetos que estão em sintonia com algumas das atuais orientações curriculares e que, por sua vez, estão ancorados na investigação em Educação Matemática. São exemplos disso, as referências à aprendizagem da matemática com compreensão (Romero et al., 2014), à valorização do papel dos contextos e das conexões matemáticas (Brady et al., 2015), bem como de outros processos matemáticos como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática (Tomás Ferreira, 2020). Além disso, as menções a práticas que colocam o aluno no centro da aprendizagem refletem elementos característicos de abordagens ativas e exploratórias ao ensino da matemática (Oliveira et al., 2013).

Este estudo, de natureza exploratória, levanta a ponta do véu quanto aos aspetos que os futuros professores de matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário consideram importantes no ensino-aprendizagem da matemática. Embora este trabalho possa ser ampliado e replicado, eventualmente ao longo da frequência do curso, fica claro que é necessário refletir sobre como os programas de formação de professores podem integrar estratégias que considerem explicitamente os valores dos futuros professores de matemática. Tal poderá proporcionar oportunidades para que os futuros professores reflitam sobre os seus próprios valores, compreendam o impacto desses valores nas suas práticas de ensino e no processo de aprendizagem da matemática, e facilitem a construção de valores em educação matemática nos seus futuros alunos, tal como já começou a ser apontado por outros estudos (e.g., Haciömeroğlu, 2020; Osman et al., 2024). Com efeito, se os valores em Educação Matemática dos futuros professores são moldados pelas suas experiências vividas em sala de aula no papel de estudantes (Haciömeroğlu, 2020), estudos longitudinais poderão ajudar a compreender o papel da formação inicial, muito em particular da prática de ensino supervisionada, na formação ou alteração do conjunto de aspetos que os futuros professores priorizam no ensino-aprendizagem da matemática.

Notas

[1] A terminologia internacional define "valores em educação matemática" (values in mathematics education) como uma linha de investigação. Neste texto, usamos os termos "valores em educação matemática" e "valores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática" como sinónimos.

[2] Utilizamos o termo "Mestrado em Ensino de Matemática" no resto deste texto por uma questão de simplificação de linguagem.

Referências bibliográficas

Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics, 19,* 179-191. http://dx.doi.org/10.1007/BF00751231

Brady, C., Eames, C. L., & Lesh, D. (2015). Connecting real-world and in-school problem-solving experiences. *Quadrante*, *24*(2), 5-38. https://doi.org/10.48489/quadrante.22924

Canavarro, A. P. (Coord.), Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais para o ensino básico*. Direção-Geral de Educação. https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico

Carvalho e Silva, J. (Coord.), Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, E., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Santos, M. T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023). *Aprendizagens essenciais de matemática para o ensino secundário*. Direção-Geral de Educação. https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

Chia, H. M., & Zhang, Q. (2023). Comparing Malaysian secondary school teachers' and students' values in mathematics learning: A mixed method study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* Advance online publication. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2204103

Dede, Y. (2013). Examining the underlying values of Turkish and German mathematics teachers' decision making processes in group studies. *Kuram Ve Uygulamada Egitim Bilimleri*, *13*, 690-706.

Fan, L. (2021). Exploring issues about values in mathematics education. *ECNU Review of Education, 4*(2), 388-395. https://doi.org/10.1177/20965311211016002

Haciömeroğlu, G. (2020). Mathematics Education values portrayed by elementary student teachers. *Educational Policy Analysis and Strategic Research, 15*(2), 259-270.

Hill, J. L., & Hunter, J. (2023). Examining the mathematics education values of diverse groups of students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 54*(8), 1614-1633. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2184280

Hill, J. L., Kern, M. L., Seah, W. T., & van Driel, J. (2021). Feeling good and functioning well in mathematics education: Exploring students' conceptions of mathematical well-being and values. *ECNU Review of Education*, *4*(2), 349-375. https://doi.org/10.1177/2096531120928084

Jacinto, H., Santos, E., & Silvestre, A. I. (2020). Que instrumentos de avaliação da aprendizagem matemática são usados com maior frequência pelos professores em Portugal? Um quarteto (in)esperado. *Educação e Matemática, 158*, 73-76.

Kinone, C., Soeda, Y., & Watanabe, K. (2020). The influences of teacher valuing on the development of student valuing in mathematics education: Data analysis of questionnaire survey in Miyazaki Prefecture using the questionnaire WIFItoo developed by international comparative study The Third Wave. *Journal of JASME: Research in Mathematics Education*, *26*(1), 43-58. https://doi.org/10.24529/jasme.26.1_43

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. NCTM.

Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, *22*(2), 29-54. https://doi.org/10.48489/quadrante.22895

Osman, R. Ayub, H., Ilias, M. R., Badaruddin, Z., & Mazhaimi, M. I. C (2024). Mathematics values in classroom held by pre-service teachers. *Proceedings of the 29th National Symposium on Mathematical Sciences* (pp. 040003-1 - 040003-7). AIP Publishing.

Peng, A., & Nyroos, M. (2012). Values in effective mathematics lessons in Sweden: What do they tell us? *The Mathematics Enthusiast*, *9*(3), 409-430. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1252

Romero, J. G., Marí, J. L., & Batallanos, V. A. (2014). Revisiting understanding in mathematics. *Quadrante*, *23*(1), 63-78. https://doi.org/10.48489/quadrante.22899

Seah, W.T. (2008). Valuing values in mathematics education. In P. Clarkson, & N. Presmeg (Eds.) *Critical issues in mathematics education* (pp. 239-252). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09673-5_17

Seah, W. T. (2013). Assessing values in mathematics education. In A. M. Lindmeier, & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 193-200). IGPME.

Seah, W. T. (2019). Values in mathematics education: Its conative nature, and how it can be developed. *Research in Mathematical Education, 22*(2), 99-121. https://doi.org/10.7468/jksmed.2019.22.2.99

Seah, W. T., & Andersson, A. (2015). Valuing diversity in mathematics pedagogy through yje volitional nature and alignment of values. In A. Bishop, H. Tan, & T. Barkatsas (Eds.), *Diversity in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-05978-5_10

Seah, W. T., & Peng, A. (2012). What students outside Asia value in effective mathematics lessons: A scoping study. *ZDM – Mathematics Education, 44*, 71-82. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0398-x

Serrazina, L., Pires, M. V., Castro, J., Martins, C., Amado, N., Jacinto, H., Silvestre, A. I., Carreira, S., Santos, E., & Tomás Ferreira, R. (2022). Um contributo do *Values Alignment Study* para conhecer o que valorizam os professores portugueses no ensino da matemática. In A. Rodrigues, A. Domingos, A. P. Canavarro, H. Martins, L. Serrazina, & P. Teixeira (Eds.), *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática EIEM 2022: Desenvolvimento Curricular* (pp. 91-104). SPIEM.

Silvestre, A. I., & Jacinto, H. (2021). The use of technologies in mathematics teaching and learning in Portugal: teachers' pre-pandemic views. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *EDULEARN 21* - Proceedings *of 13th International Conference on Education and New Learning Technologies* (pp. 9179-9187). https://doi.org/10.21125/edulearn.2021.1848

Silvestre, A., Jacinto, H., Carreira, S., Serrazina, L., Santos, E., Pires, M. V., Amado, N., Tomás Ferreira, R., Martins, C., & Castro, J. (2022). O que valorizam os professores portugueses na aprendizagem da matemática? Um contributo do *Values Alignment Study*. In A. I. Silvestre, C. Torres, H. Pinto, J. Cabral, & M. Rodrigues (Eds.), *Atas do XXXII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 20-35). APM.

Silvestre, A., Jacinto, H., Serrazina, L., Amado, N., Carreira, S., Santos, E., Tomás Ferreira, R., Martins, C., Pires, M. V., & Castro, J. (2023). Valores no ensino e na aprendizagem da matemática: Os aspetos mais valorizados por professores portugueses. *Quadrante, 32*(2), 49-76.

Tomás Ferreira, R. A. (2020). Adapting a gallery walk to digital mode: An experience with pre-service teachers in times of COVID-19. *Proceedings of EDULEARN 2020 Conference* (pp. 8218-8227). IATED.

Yim, M., Cho, S., & Pang, J. (2020). Comparison of the mathematics educational values between pre-service and in-service elementary school teachers. *Communications of Mathematical Education, 34*(3), 277-297. https://doi.org/10.7468/JKSMEE.2020.34.3.277

Zhang, Q. (2019). Values in mathematics learning: Perspectives of Chinese mainland primary and secondary students. In P. Clarkson, W. Seah, & J. Pang (Eds.), *Values and valuing in mathematics education. ICME-13 Monographs* (pp. 185-196). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-16892-6_13

Zhong, J., Seah, W. T., Cao, Y. Zhang, Y. (2024). The role of teacher knowledge in fostering student fulfilment of values crucial for mathematical wellbeing. In Y. Dede, G. Marschall, & P. Clackson (Eds.), *Values and valuing in mathematics education: Moving forward into practice* (pp. 237-258). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-99-9454-0_12

O impacto da aprendizagem cooperativa nas disposições de pensamento crítico em alunos do 11.º ano de Matemática A

The impact of cooperative learning on critical thinking dispositions in 11th Grade Mathmatica A students

Maria da Graça Magalhães[1], *Helena Santos Silva*[2], *José Pinto Lopes*[3]

[1]*Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro e CIIE – Centro de Investigação e Intervenção Educativas da Universidade do Porto, 500gmagalhaes@eshm.edu.pt*

[2]*Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro e CIIE – Centro de Investigação e Intervenção Educativas da Universidade do Porto, helsilva@utad.pt*

[3]*Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro e CIIE – Centro de Investigação e Intervenção Educativas da Universidade do Porto, jlopes@utad.pt*

Resumo. *Esta comunicação tem como referência um projeto de investigação que tem por objetivos contribuir para a compreensão dos efeitos da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento de capacidades e disposições de Pensamento Crítico (PC) e do rendimento académico de alunos do 11º ano de Matemática A, de forma a fornecer evidências que apoiem abordagens pedagógicas alinhadas com o Perfil de Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória e com as Aprendizagens Essenciais. A investigação, de caráter quantitativo, utilizou um desenho quasi-experimental com dois grupos intactos: um grupo experimental e um grupo de controlo e envolveu 119 alunos de ambos os sexos e com idades compreendidas entre os 15 e os 18 anos, de uma escola secundária do norte de Portugal. Sendo objetivo desta comunicação analisar o contributo da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento das disposições de Pensamento Crítico dos alunos envolvidos no estudo, serão apresentados e discutidos alguns resultados obtidos com a aplicação da Escala de Disposições de Pensamento Crítico (EDPC), em pré e em pós-teste, no grupo experimental e no grupo de controlo, de forma a obter uma compreensão mais profunda da influência da aprendizagem cooperativa nas disposições de Pensamento Crítico.*

Abstract. *This communication refers to a research project that aims to contribute to the understanding of the effects of cooperative learning on the development of Critical Thinking (PC) skills and dispositions and the academic performance of 11th-grade Mathematics A students to provide evidence to support pedagogical approaches aligned with the Profile of Students Leaving Compulsory Schooling and with Essential Learning. The quantitative research used a quasi-experimental design with two intact groups, an experimental group, and a control group. It involved 119 students of both sexes aged between 15 and 18 from a secondary school in the north of Portugal. As the aim of this communication is to analyze the contribution of cooperative learning to the development of the critical thinking dispositions of the students involved in the study, some of the results obtained with the application of the Critical Thinking Dispositions Scale (EDPC) in pre and post-test, in the experimental group and the control group, will be presented and discussed, to*

obtain a deeper understanding of the influence of cooperative learning on Critical Thinking dispositions.

Palavras-chave: Aprendizagem Cooperativa; Pensamento Crítico; Disposições de Pensamento Crítico; Matemática A.

Keywords: Cooperative Learning; Critical Thinking; Critical Thinking Dispositions; Mathematics A.

1. Introdução

Atualmente em Portugal os documentos curriculares vigentes, como as Aprendizagens Essenciais (DGE, 2018) em conformidade com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017), impõem vários desafios às escolas. Essas diretrizes visam dar voz aos alunos e, sobretudo, prepará-los para que se tornem futuros cidadãos com competências de Pensamento Crítico, aptos a resolver problemas da vida quotidiana e do mundo do trabalho. Para que estes objetivos sejam alcançados, é necessário encorajar todos os discentes a participar em atividades escolares que promovam a curiosidade, a reflexão e a inovação, incentivando-os a "aprender mais; desenvolver o pensamento reflexivo, crítico; procurar novas soluções e aplicações" (Martins et al., 2017, p.17). Assim, especialmente em Matemática A, são várias as áreas de competências a desenvolver pelos alunos de forma complementar, tais como o Raciocínio e a Resolução de Problemas, o Pensamento Crítico e Criativo, a Cooperação, o Relacionamento Interpessoal, a Comunicação e a Argumentação Matemática, para que sejam capazes de saber interpretar informações e encontrar respostas para novas situações, utilizando processos e recursos complexos e diversificados (Martins et al., 2017). As competências de Pensamento Crítico requerem que os alunos observem, identifiquem, analisem, compreendam e apliquem novas ideias em diferentes contextos, desenvolvendo capacidades como o trabalho em equipa, a comunicação eficaz, a interação com tolerância, a empatia, a argumentação e a negociação, promovendo assim novas formas de participação na sociedade e no seu próprio processo de ensino e de aprendizagem (Martins et al., 2017).

No contexto do sistema educativo português, particularmente no documento Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017), o desenvolvimento de competências de Pensamento Crítico é abordado de maneira integrada, tanto na definição conceitual quanto na organização de situações de aprendizagem destinadas a permitir que os alunos desenvolvam capacidades e disposições (Lopes & Silva, 2021). Na educação, ao serem implementadas estratégias de aprendizagem em grupos cooperativos, é dada a oportunidade aos alunos de desenvolverem as suas disposições de Pensamento crítico que incluem, entre outras, a mente aberta e justa, a curiosidade intelectual, a flexibilidade cognitiva, a propensão para procurar a verdade, o desejo de estar bem informado e o respeito e a disposição para analisar diferentes pontos de vista (Lai, 2011; Lopes et al., 2021).

Vários estudos têm revelado que o ensino e a aprendizagem da Matemática com o objetivo de desenvolver o pensamento de nível superior pode melhorar as disposições de Pensa-

mento Crítico dos alunos (Aizikovitsh-Udi & Cheng, 2015). Nomeadamente, Incikabi et al. (2013) e Yorganci (2016) concluíram que as disposições de Pensamento Crítico parecem potenciar o nível de escolaridade e de experiência. Mais recentemente, num estudo desenvolvido por Morais et al. (2023) de natureza descritivo-correlacional e transversal, no qual foi aplicada a Escala de Disposições para o Pensamento Crítico (EDPC) para avaliar as disposições entre estudantes universitários em Portugal de Ciências Sociais, Ciências da Saúde e STEM (ciência, tecnologia, engenharia e matemática), verificou-se que, apesar das variações nas disposições para o pensamento crítico entre diferentes campos de estudo, a maioria dos estudantes demonstrou uma disposição média positiva (279.1). Estes resultados sublinham a necessidade de promover e integrar práticas de pensamento crítico no currículo universitário para preparar melhor os alunos de forma a serem capazes de resolverem problemas complexos e tomarem decisões informadas nas suas futuras carreiras (Morais el al., 2023).

Atendendo ao exposto sobre a importância do Pensamento Crítico e ao facto de haver escassez de estudos sobre o impacto da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento do Pensamento Crítico e particularmente nas suas disposições, nomeadamente em alunos do ensino secundário, na disciplina de Matemática A, esta comunicação tem como objetivo analisar o contributo da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento das disposições de Pensamento Crítico dos alunos, envolvidos no estudo.

2. Enquadramento Teórico

2.1. A Aprendizagem Cooperativa: algumas características e métodos

A aprendizagem cooperativa é uma abordagem educacional que propõe um modelo alternativo para a organização da educação em vários níveis, desde a estrutura escolar até à sala de aula, incluindo os métodos de ensino e de aprendizagem utilizados (Lopes & Silva, 2009, 2022). Neste modelo, os alunos são agrupados em pequenos grupos para trabalharem juntos, melhorando a compreensão dos conteúdos e a aprendizagem coletiva (Johnson et al., 1999; Slavin, 1995). A participação dos alunos em grupos cooperativos aumenta as possibilidades de discussão e argumentação das suas ideias sob diferentes perspetivas, bem como a capacidade de sintetizar ideias e conceitos (Lopes & Silva. 2009, 2022). O docente, ao fomentar a discussão em grupos cooperativos, cria oportunidades para os alunos debaterem, expressarem pontos de vista distintos, sintetizarem informações e avaliarem soluções, melhorando as suas competências de leitura, escrita e comunicação (Lopes et al., 2020). Contudo, para que um grupo seja verdadeiramente cooperativo, deve integrar cinco elementos essenciais: a interdependência positiva, a responsabilidade individual e de grupo, a interação estimuladora preferencialmente face a face, as capacidades interpessoais e de pequeno grupo, a avaliação grupal e a reflexão sobre o trabalho realizado pelo grupo (Johnson et al., 1999; Lopes & Silva, 2009, 2022; Pujolás, 2004; Putman, 1998; Slavin, 1999).

São vários os métodos de aprendizagem cooperativa, no entanto, quando o professor decide implementar nas suas aulas esta estratégia de ensino e aprendizagem, esta deve ser feita de forma gradual, com processos simples, de curta duração e em que as planificações e os métodos adotados sejam adequados às disciplinas e aos conteúdos a lecionar (Lopes & Silva, 2009, 2022). Aos alunos deve ser dado tempo para que estes se apropriem das competências essenciais inerentes ao normal desenvolvimento do trabalho de grupo cooperativo, de modo a saberem como trabalhar em equipa. As atividades devem ser planificadas de uma forma metódica e, tendo em consideração o tempo útil que deve ser atribuído aos alunos, para que estes concluam a tarefa proposta (Lopes & Silva, 2009, 2022). Alguns métodos de Aprendizagem Cooperativa são: STAD (Divisão dos alunos por equipas para o sucesso), Pares Pensam em Voz Alta para Resolver Problemas, Verificação em Pares e Graffiti Cooperativo. No método **STAD**, o processo de ensino e aprendizagem desenvolve-se através da introdução do conteúdo pelo professor, seguido do trabalho em equipa onde os alunos cooperam para garantir a compreensão do conteúdo e a preparação para as suas avaliações (Slavin, 1999). Os alunos realizam testes ou atividades individualmente, mas as pontuações são adicionadas para formar a classificação final da equipa, As equipas que demonstram melhoria e sucesso significativo são reconhecidas e recompensadas. Este método promove a interdependência positiva e a responsabilidade individual e coletiva, aumentando o desempenho escolar e as atitudes em relação à aprendizagem e à cooperação (Slavin, 1995, 1999; Lopes & Silva, 2009, 2022). No método **Pares Pensam em Voz Alta para Resolver Problemas**, os alunos trabalham em pares para resolver problemas verbalizando o raciocínio, visando aprimorar a compreensão e a capacidade de resolução de problemas através da comunicação e a reflexão conjunta (Lochhead & Whimbey, 1987). Os alunos são organizados em pares heterogéneos, com diferentes níveis de proficiência, e o professor apresenta um problema ou uma tarefa complexa para eles resolverem. Um aluno do par começa a resolver o problema explicando o seu raciocínio em voz alta, enquanto o outro escuta, faz perguntas, sugestões e corrige erros; depois, trocam de papéis para que ambos tenham a oportunidade de pensar e verbalizar as suas ideias. Este método promove o desenvolvimento de capacidades metacognitivas, como a capacidade de monitorizar e avaliar o próprio pensamento, além de melhorar a comunicação e a cooperação entre os alunos. Através da verbalização e da interação, os alunos podem identificar lacunas nos seus conhecimentos e desenvolver estratégias mais eficazes para a resolução de problemas (Lochhead & Whimbey, 1987; Lopes & Silva, 2009, 2022). No método **Verificação em Pares**, os alunos são incentivados a trabalhar em pares para verificar e corrigir mutuamente o trabalho um do outro, promovendo a cooperação e a responsabilidade compartilhada (Kagan, 1994). Os alunos são organizados em pares heterogéneos, com diferentes níveis de proficiência, e o docente designa um aluno de cada par como A e o outro como B, entregando a cada par uma folha de problemas e uma folha de verificação em pares. O elemento A de cada par resolve o problema enquanto o elemento B incentiva e elogia; depois, os papéis são trocados, com o elemento B resolvendo o problema e o elemento A incentivando e elogiando. No final de cada problema ou par de problemas, os pares de cada grupo coope-

rativo partilham e celebram as respostas corretas, marcando um visto na folha de verificação em pares, e o processo é repetido até à resolução de todos os problemas propostos pelo docente. Este método promove a responsabilidade individual e coletiva, desenvolvendo a capacidade de comunicação, pensamento crítico e cooperação, assim como melhora a precisão e a compreensão dos conceitos estudados (Kagan, 1994; Lopes & Silva, 2009, 2022). O método **Graffiti Cooperativo**, é uma forma simples e criativa de envolver todos os alunos de uma turma, previamente organizados em pequenos grupos heterogéneos, a criarem uma chuva de ideias que os ajude a resolver um determinado problema (Lopes & Silva, 2009, 2022). Neste método, cada grupo recebe uma folha de cartolina dividida em partes iguais ao número de membros, além de canetas de cores diferentes. O professor define um tema, pergunta ou problema para ser discutido e resolvido pelos grupos. Cada aluno colabora registando as suas ideias na sua seção da folha de cartolina com a sua caneta colorida. Em seguida, os grupos discutem as contribuições registadas, consolidam as ideias e preparam uma apresentação ou resumo das principais conclusões. No final da aula, cada grupo expõe oralmente o trabalho produzido com a turma. Este momento de partilha ajuda a quebrar a barreira do nervosismo, pois os alunos apresentam as ideias coletivas do grupo e não apenas as suas próprias, permitindo-lhes pensar e registar as suas respostas de forma livre, do mesmo modo que promove a interação e a comunicação, resultando assim, numa aprendizagem mais rica e significativa (Howden & Martin, 1997; Lopes & Silva, 2009, 2022).

2.2. A Aprendizagem Cooperativa na aula de Matemática

Aprender Matemática envolve o uso de processos cognitivos complexos, tais como analisar, categorizar, conjeturar, generalizar, sintetizar, planear, definir, demonstrar e formalizar (Muñiz & Miranda, 2017). Estes processos permitem aos alunos dominar conteúdos, interpretar resultados e construir conhecimentos matemáticos. No entanto, muitos alunos mostram fragilidades na compreensão dos diferentes domínios da Matemática, adotando abordagens mecânicas e desconexas, sem se apropriarem dos conhecimentos fundamentais (Muñiz & Miranda, 2017). É essencial que o ensino da Matemática coloque os alunos no centro do processo de construção do conhecimento, visto que a Matemática é essencialmente uma forma de pensamento e não apenas um conjunto de factos e competências a serem memorizados e aplicados (NCTM, 2000). Saber Matemática não se resume apenas a memorizar definições e identificar propriedades de objetos matemáticos. Trata-se, na verdade, de possuir a capacidade de aplicar a linguagem e os conceitos matemáticos para resolver problemas, relacionando os objetos matemáticos com os problemas atuais da vida real, dando-lhes assim verdadeiro significado (Godino et al., 2003). Uma Educação Matemática que promova uma aprendizagem significativa deve enfatizar a importância da cooperação, do discurso do professor, da comunicação e da interação dos alunos com situações-problema. O trabalho em grupo incentiva os alunos a utilizar um nível mais elevado de raciocínio, gerando um maior número de ideias novas e, ao mesmo tempo, promovendo o Pensamento Crítico (Gavilán, 1999). São vários os estudos sobre o uso de

métodos cooperativos na aprendizagem da Matemática que concluem que os alunos que trabalham sistematicamente com a aprendizagem cooperativa apresentam melhorias no uso de estratégias de raciocínio, capacidade para gerar novas ideias, na resolução correta de problemas e na capacidade de transferir o que foi aprendido em grupo para a resolução individual de problemas (Erdogan, 2019; Gavilán, 1999; Johanning, 2000; Johnson & Johnson, 1989; Klang et al., 2021; Lopes & Silva, 2009, 2022; Lopes et al., 2019; Noviati & Sinaga, 2021). Johanning (2000), nos seus estudos, também encontrou evidências de que a cooperação aumenta o conhecimento e a segurança de cada aluno, melhorando a capacidade de comunicação oral e escrita, tornando-os participantes mais ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Assim, para desenvolver competências matemáticas e gerar aprendizagens mais coesas e duradouras, são necessárias metodologias ativas, contextualizadas e suportadas por métodos de aprendizagem cooperativa, que facilitem a participação, o envolvimento dos alunos, a aquisição e a utilização de conhecimento em situações reais (Muñiz & Miranda, 2017).

2.3. As disposições de Pensamento Crítico na Matemática

O Pensamento Crítico pode ser definido como o uso das capacidades cognitivas, caracterizado por ser intencional, racional e direcionado para uma meta (Halpern, 1998). Além disso, envolve uma etapa de avaliação, em que se analisam os resultados do processo de pensamento, estimando a qualidade de uma decisão ou a eficácia da resolução de um problema. Paul e Elder (2008) definem-no como a arte de analisar e avaliar o pensamento, tendo como objetivo melhorá-lo. Apesar da diversidade de conceções de Pensamento Crítico, todas elas se unem em torno da conceção de Ennis (1985, 1996), que o define como um tipo de pensamento racional, reflexivo, intencional, autodirigido e sistemático, focado na tomada de decisões, análise de argumentos, avaliação de conceitos e criação de contra-argumentos, desenvolvendo atitudes criativas.

Vários autores consideram que o Pensamento Crítico inclui capacidades e disposições (Anderson & Krathwohl, 2001; Bailin & Battersby, 2016; Davies & Barnett, 2015; Elder & Paul, 2012; Ennis, 2011; Facione, 1990; Halonen, 1995; Halpern, 1998). Relativamente às disposições de Pensamento Crítico, que Facione (2000) define como "motivações internas consistentes para agir ou responder a pessoas, eventos ou circunstâncias de maneira habitual, mas sujeitas a adaptação" (p. 64), estas variam igualmente de acordo com diferentes investigadores: mente aberta (Bailin et al., 1999; Ennis, 1985; Facione, 1990, 2000; Halpern, 1998); equidade (Bailin et al., 1999; Facione, 1990); propensão para procurar razões (Bailin et al., 1999; Ennis, 1985; Paul & Elder, 1992); curiosidade intelectual (Bailin et al., 1999; Facione, 1990, 2000); desejo de estar bem informado (Ennis, 1985; Facione, 1990); flexibilidade (Facione, 1990; Halpern, 1998); respeito e disposição para considerar os pontos de vista dos outros (Bailin et al., 1999; Facione, 1990). As disposições de Pensamento Crítico são essenciais na Educação Matemática, tendo sido revelado por alguns estudos que quando se planificam e dinamizam atividades na sala de aula com o objetivo de desenvolver o pensa-

mento de nível superior, esta metodologia pode proporcionar uma melhoria nas disposições de Pensamento Crítico dos alunos (Arisoy & Aybek, 2021; Aizikovitsh-Udi & Cheng, 2015). A implementação de tarefas abertas e de aplicação ao mundo real pode motivar os alunos e fortalecer as suas disposições de Pensamento Crítico, proporcionando experiência direta, experiência sensorial, reações emocionais e comportamentos e atitudes livremente escolhidas (Leader & Middleton, 2004). As disposições de Pensamento Crítico em Matemática referem-se às atitudes, hábitos mentais e inclinações que promovem a capacidade de um indivíduo de pensar criticamente no domínio da Matemática. Estas disposições influenciam a forma como os alunos abordam os problemas matemáticos, a sua persistência na resolução de problemas e a sua capacidade de aplicar o pensamento matemático em vários contextos. Entre estas disposições, destacam-se: **mente aberta**, disposição para considerar métodos e soluções alternativas na resolução de problemas matemáticos (Facione, 2011); **mente analítica**, capacidade de subdividir os problemas matemáticos complexos em partes menores e mais simples (Ennis, 1987); **sistematicidade**, disposição para ser organizado e metódico na resolução de problemas matemáticos (Facione, 1990); **curiosidade intelectual**, vontade de aprender e entender mais sobre Matemática (Halpern, 1998); **procura da verdade**, compromisso de procurar a melhor explicação possível e estar disposto a rever as crenças face novas evidências (Paul & Elder, 2006); **autoconfiança no raciocínio**, confiança nos próprios processos de raciocínio e disposição para defender conclusões bem fundamentadas (Facione, 2015); e **maturidade cognitiva**, capacidade de refletir e regular a própria mente, envolvendo a autorregulação do pensamento e a disposição para considerar diferentes perspetivas e rever as próprias conclusões (King & Kitchener, 1994).

3. Metodologia

3.1. Natureza da investigação

Tendo por base o objetivo principal desta comunicação o de analisar o contributo da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento das disposições de Pensamento Crítico em alunos do 11.º ano na disciplina de Matemática A efetuou-se um estudo de caráter quantitativo de desenho quasi-experimental com dois grupos intactos, um grupo experimental e um grupo de controlo (Almeida & Freire, 2007; Coolican, 2018; Tuckman, 2000).

3.2. Participantes

A investigação envolveu 119 alunos de uma escola secundária da zona Norte do país, inscritos na disciplina de Matemática A, do Curso Científico-Humanístico, de Ciências e Tecnologias, do 11.º ano. O grupo experimental foi constituído por 70 alunos de três turmas da professora investigadora e o grupo de controlo por 49 alunos, das restantes três turmas da escola, de uma outra professora, que aceitou participar voluntariamente no estudo.

3.3. Instrumento de recolha de dados

Durante a investigação foram implementados vários instrumentos de recolha de dados no grupo experimental e no grupo de controlo. Nesta comunicação vão ser apresentados os resultados obtidos com a aplicação da Escala de Disposições de Pensamento Crítico (EDPC) (Lopes et al., 2021). ***A Escala de Disposições de Pensamento Crítico (EDPC)*** foi construída e validada para a população portuguesa por Lopes et al. (2021). Trata-se de uma escala composta por 35 itens que pretende avaliar sete disposições do Pensamento Crítico: ***procura da verdade*** (4 itens); ***mente aberta*** (4 itens); ***mente analítica*** (4 itens); ***sistematicidade*** (7 itens); ***autoconfiança no raciocínio*** (5 itens); ***curiosidade intelectual*** (7 itens) e ***maturidade cognitiva*** (4 itens). A resposta aos itens é efetuada numa escala tipo *Likert* que varia de 1 (Totalmente em desacordo) a 5 (Totalmente de acordo). A pontuação em cada dimensão ou subescala oscila entre 10 e 50. A pontuação total na EDPC é obtida adicionando as pontuações de todas as subescalas, resultando num valor pertencente a um intervalo de 70 a 350. As pontuações mais altas indicam uma maior disposição para o Pensamento Crítico (PC).

3.4. Descrição do estudo

A intervenção e a recolha de dados decorreram entre 15 de janeiro e 24 de maio de 2024, durante aproximadamente 60 aulas de 50 minutos, distribuídas por 13 semanas, ao longo do desenvolvimento dos domínios/temas das *Sucessões Reais* e das *Funções Racionais*, da disciplina de Matemática A, do 11.º ano. No início da experiência, de 15 a 19 de janeiro, antes da intervenção, foi aplicado um pré-teste ao grupo experimental, constituído por 70 alunos das três turmas da professora investigadora e ao grupo de controlo, constituído por 49 alunos de uma outra docente da escola. Posteriormente, após a intervenção efetuada no grupo experimental, foi realizado um pós-teste aos dois grupos, experimental e de controlo.

3.4.1. Grupo Experimental

Tendo em consideração o objetivo do estudo, inicialmente foi efetuada uma pesquisa rigorosa de forma a elaborar um marco teórico devidamente fundamentado relativamente aos temas: Aprendizagem Cooperativa e Pensamento Crítico. De acordo com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017) e as Aprendizagens Essenciais para a disciplina de Matemática A do 11.º ano (DGE, 2018), a docente investigadora planificou os domínios/temas das *Sucessões Reais* e das *Funções Racionais,* tendo como base vários métodos de aprendizagem cooperativa que foram selecionados de acordo com as características do conteúdo, das aprendizagens a realizar e de forma a envolver os alunos em grupos cooperativos de discussão, nomeadamente: STAD, Pares Pensam em Voz Alta para Resolver Problemas, Verificação em Pares e Graffiti Cooperativo. O método **STAD** foi aplicado nas aulas, onde inicialmente a docente fazia uma breve apresentação do conteúdo temático a ser trabalhado. Posteriormente, os alunos realizavam os exercícios/problemas

propostos em grupos cooperativos, seguindo-se de uma avaliação individual. O método **Verificação em Pares** foi aplicado sempre que era necessário consolidar, com a resolução de exercícios, os domínios trabalhados nas aulas. Relativamente ao método **Pares Pensam em Voz Alta para Resolver Problemas**, este foi aplicado em tarefas de maior grau de complexidade (tarefas abertas), nomeadamente, no conteúdo das *Sucessões Reais*, no estudo de Fractais e no conteúdo *Funções Racionais*, na análise dos efeitos das alterações dos parâmetros a, b e c nos gráficos das funções da família $y = a+b/(x-c)$. O **Graffiti Cooperativo** foi implementado quando a docente propôs um trabalho de projeto para ser apresentado oralmente e por escrito/digital em cada turma, com o objetivo de posteriormente fazer parte de uma exposição/concurso que decorreu na escola na Semana do Pensamento Crítico e Criativo, que decorreu de 18 a 21 de março de 2024. Para a formação dos grupos cooperativos, numa primeira fase, a professora investigadora procedeu a uma análise dos resultados obtidos pelos alunos das três turmas nos dois testes sumativos do primeiro período. Com base nas médias das classificações de cada aluno e considerando também a variável sexo, a professora formou, em cada turma, grupos heterogéneos, em termos de proficiência e sexo. Cada grupo, composto por 3 a 4 alunos, foi estruturado de maneira que as médias das classificações fossem equivalentes nos diferentes grupos. Assim, foram constituídos grupos de base heterogéneos, mas homogéneos entre si.

3.4.2. Grupo de Controlo

No grupo de controlo foi utilizada uma metodologia tradicional, centrada no professor, em que os conteúdos programáticos eram abordados pela docente e posteriormente trabalhados individualmente por cada aluno com o objetivo de consolidação do conteúdo previamente apresentado pela professora, sendo as dúvidas dos alunos esclarecidas em grande grupo (Silva et al., 2022). Os conteúdos trabalhados nas turmas que constituíram o grupo de controlo foram os mesmos do grupo experimental: Sucessões Reais e Funções Racionais. Em ambos os grupos, foi aplicada pela professora investigadora, a Escala de Disposições de Pensamento Crítico (Lopes et.al, 2021), no início (pré-teste) e após a intervenção (pós-teste) efetuada no grupo experimental.

4. Apresentação e Análise de Resultados

Para a análise e discussão dos resultados foi efetuado um estudo das respostas dadas por cada um dos alunos na EDPC. De acordo com a metodologia de Facione e Facione (1992) estabeleceram-se os intervalos de pontuação para classificar os resultados obtidos pelos alunos na EDPC (Tabela 1 e Tabela 2).

Tabela 1. Níveis de disposições para o PC no total da EDPC

Níveis	Pontuações na EDPC
Disposição elevada para o PC	280 ou superior
Disposição positiva para o PC	210-279
Disposição ambivalente para o PC	140-209
Disposição baixa/Oposição para o PC	inferior a 140

Tabela 2. Níveis de disposições para o PC nas diferentes subescalas da EDPC

Níveis	Pontuações na EDPC
Disposição elevada para o PC	40 ou superior
Disposição positiva para o PC	30-39
Disposição ambivalente para o PC	20-29
Disposição baixa/Oposição para o PC	inferior a 20

4.1. Resultados obtidos na EDPC em Pré-Teste

4.1.1. Grupo Experimental

Após uma análise da pontuação global na EDPC pelo grupo experimental no pré-teste (Tabela 3) denota-se que, em média, os alunos obtiveram 280 pontos, com um desvio-padrão de 0.4, o que equivale a uma disposição elevada para o PC. No que diz respeito à pontuação obtida nas diferentes subescalas, os resultados oscilam entre os níveis positivo e elevado.

Tabela 3. Níveis de disposição para o PC em pré-teste, no grupo experimental

Subescalas de Disposições do PC	Total	Grupo Experimental		
		Média	Desvio-Padrão	Níveis de Disposição
Procura da Verdade	50	42.1	5.6	Elevada
Mente Aberta	50	39.4	6.0	Positiva
Mente Analítica	50	39.6	5.3	Positiva
Sistematicidade	50	41.4	4.8	Elevada
Autoconfiança no Raciocínio	50	36.5	6.0	Positiva
Curiosidade Intelectual	50	40.5	5.5	Elevada
Maturidade Cognitiva	50	40.5	5.1	Elevada
Pontuação Total	**350**	**280.0**	**0.4**	**Elevada**

4.1.2. Grupo de Controlo

Pela análise da pontuação global na EDPC obtidas pelo grupo de controlo no pré-teste (Tabela 4) verifica-se que, em média, os alunos obtiveram 267.2 pontos, com um desvio-padrão de 0.5, o que equivale a uma disposição positiva para o Pensamento Crítico (PC).

No que diz respeito à pontuação nas diferentes subescalas, verificou-se que em todas elas a pontuação obtida permitiu classificar o nível de disposição para o Pensamento Crítico (PC) como positivo, embora as pontuações obtidas em todas as subescalas estejam próximas do nível mínimo de disposição considerada elevada (40 pontos).

Tabela 4. Níveis de disposição para o PC em pré-teste, no grupo de controlo

Subescalas de Disposições do PC	Total	Grupo de Controlo		
		Média	Desvio-Padrão	Níveis de Disposição
Procura da Verdade	50	39.8	5.9	Positiva
Mente Aberta	50	38.4	5.2	Positiva
Mente Analítica	50	37.0	5.3	Positiva
Sistematicidade	50	39.4	4.4	Positiva
Autoconfiança no Raciocínio	50	35.6	5.0	Positiva
Curiosidade Intelectual	50	38.5	4.7	Positiva
Maturidade Cognitiva	50	38.4	4.5	Positiva
Pontuação Total	**350**	**267.2**	**0.5**	**Positiva**

4.2. Resultados obtidos na EDPC em Pós-Teste

4.2.1. Grupo Experimental

Pela análise da pontuação global na EDPC obtidas pelo grupo experimental no pós-teste (Tabela 5) verifica-se que, em média, os alunos obtiveram 297.6 pontos, com um desvio-padrão de 0.6, o que equivale a uma disposição elevada para o Pensamento Crítico (PC). É de realçar que, em comparação com os resultados obtidos no pré-teste, os alunos do grupo de experimental, evidenciam melhorias em todas as disposições de Pensamento Crítico (PC).

Tabela 5. Níveis de disposição para o PC em pós-teste, no grupo experimental

Subescalas de Disposições do PC	Total	Grupo Experimental		
		Média	Desvio-Padrão	Níveis de Disposição
Procura da Verdade	50	44.3	5.2	Elevada
Mente Aberta	50	42.9	5.3	Elevada
Mente Analítica	50	42.1	5.2	Elevada
Sistematicidade	50	43.4	4.2	Elevada
Autoconfiança no Raciocínio	50	40.0	5.7	Elevada
Curiosidade Intelectual	50	42.4	6.1	Elevada
Maturidade Cognitiva	50	42.6	4.9	Elevada
Pontuação Total	**350**	**297.6**	**0.6**	**Elevada**

Comparando os valores do desvio padrão em pré e pós-teste verifica-se que houve um aumento. Isto indica que, embora os alunos tenham melhorado em todas as disposições avaliadas pelas diferentes subescalas da EDPC, se tornaram ligeiramente mais heterogéneos entre si, no que respeita às diferentes disposições avaliadas.

4.2.2. Grupo de Controlo

Após uma análise das pontuações obtidas pelo grupo de controlo no pós-teste (Tabela 6) denota-se que, em média, os alunos obtiveram 267.8 pontos, com um desvio-padrão de 2.0, o que equivale a uma disposição positiva para o PC, em todas as disposições avaliadas pela escala, não se tendo registado alterações nos níveis de disposição para o Pensamento Criativo, no pré e no pós-teste, durante o período em que decorreu a intervenção.

Tabela 6. Níveis de disposições para o PC em pós-teste, no grupo de controlo

Subescalas de Disposições do PC	Total	Grupo de Controlo		
		Média	Desvio-Padrão	Níveis de Disposição
Procura da Verdade	50	39.6	5.2	Positiva
Mente Aberta	50	38.6	5.4	Positiva
Mente Analítica	50	37.3	5.6	Positiva
Sistematicidade	50	39.2	4.8	Positiva
Autoconfiança no Raciocínio	50	36.9	10.2	Positiva
Curiosidade Intelectual	50	38.5	4.6	Positiva
Maturidade Cognitiva	50	37.7	4.6	Positiva
Pontuação Total	**350**	**267.8**	**2.0**	**Positiva**

O valor do desvio padrão aumentou em comparação com o obtido em pré-teste; respetivamente 0.5 e 2.0, o que indica que houve alterações nas diferenças entre os níveis de disposições dos diferentes alunos, do pré para o pós-teste.

4.3. Análise comparativa, no pré e no pós-teste no grupo experimental e no grupo de controlo

Estabelecendo uma análise comparativa dos resultados obtidos pelo grupo experimental e pelo grupo de controlo, no pré e no pós-teste, verifica-se que a predisposição para a utilização das disposições de PC no grupo experimental era, no início da intervenção, superior à do grupo de controlo (Tabela 7).

Tabela 7. Comparação dos níveis de disposições para o PC em pré e em pós-teste, no grupo experimental e no grupo de controlo

	Pré-Teste			Pós-Teste		
Grupos	**Média**	**Desvio-Padrão**	**Níveis**	**Média**	**Desvio-Padrão**	**Níveis**
Experimental	280.0	0.4	Elevado	297.6	0.6	Elevada
Controlo	267.2	0.5	Positiva	267.8	2.0	Positiva

Após a intervenção utilizando a aprendizagem cooperativa nas turmas experimentais, verifica-se que o nível global das disposições para o PC dos alunos, se manteve elevado, mantendo-se igualmente, no que respeita às diferentes subescalas, o nível de elevado em todas. A análise por subescala revela que do pré para o pós-teste a pontuação aumentou em todas as subescalas, comparativamente aos resultados obtidos no pré-teste (Tabela 7). No grupo de controlo, em todas as disposições do PC, os níveis de disposição para o PC registaram

ligeiras oscilações (de duas a três décimas), quer para valores superiores quer para valores inferiores, denotando-se não ter havido uma evolução ou um retrocesso, por parte dos alunos, relativamente às suas disposições para o PC, durante o período em que decorreu a experiência nas turmas experimentais. Considerando os valores obtidos no global da EDPC e nas diferentes subescalas, em pré e pós-teste, parece-nos possível afirmar que a metodologia tradicional não teve influência nas disposições de PC em estudo, contrariamente ao que aconteceu no grupo experimental. Neste, os alunos melhoraram em todas as todas as disposições de PC o que parece refletir o efeito da aprendizagem cooperativa.

5. Considerações Finais

A análise dos resultados obtidos, na Escala de Disposições de Pensamento Crítico (EDPC), em pré-teste e pós-teste, no grupo experimental e no de controlo permite-nos, numa análise sumária, verificar que nas turmas em que os alunos trabalharam os conteúdos programáticos de acordo com os métodos de aprendizagem cooperativa desenvolveram os seus níveis de disposição para o Pensamento Crítico (PC), em todas as subescalas, quer nas pontuações parciais quer nas pontuações totais. Os alunos do grupo de controlo que foram sujeitos a uma aprendizagem mais tradicional, em que o ensino foi centrado principalmente no professor, não sofreram alterações significativas nos níveis de disposições para o Pensamento Crítico (PC), entre o pré e o pós-teste.

Considerando estes resultados, ainda que preliminares, a aprendizagem cooperativa poderá ser uma abordagem mais eficaz do que a aprendizagem tradicional para o aprimoramento das disposições de Pensamento Crítico A isto parece não estar alheia a possibilidade de que, a aprendizagem cooperativa permite aos alunos aprender de uma forma mais ativa, aperfeiçoando as suas disposições para o Pensamento Crítico "ao partilharem o que aprenderam nas discussões no grupo e ao assumirem a responsabilidade pela sua própria aprendizagem" (Lopes et al., 2020, p.127). São vários os estudos que mostram que, quando os alunos trabalham sistematicamente em grupos cooperativos apresentam melhorias: no uso de estratégias de raciocínio, na competência para gerarem novas ideias, na resolução correta de problemas complexos e na capacidade de transferirem o que foi aprendido em grupo para a resolução individual de problemas (Johanning, 2000; Johnson & Johnson, 1989; Klang et al., 2021; Lopes & Silva, 2009, 2022). Na educação, ao serem implementadas estratégias de aprendizagem em grupos cooperativos, é dada oportunidade aos alunos de desenvolverem as suas disposições de Pensamento Crítico (PC) (Lopes et al., 2020). A implementação eficaz das disposições de Pensamento Crítico (PC) na Educação Matemática não só melhora o desempenho académico dos alunos, mas também os prepara para enfrentar desafios complexos na vida quotidiana e nas suas futuras carreiras. Estudos indicam que educadores que promovem estas disposições ajudam a formar alunos mais críticos e inovadores, contribuindo para uma sociedade mais capacitada e reflexiva (Aizikovitsh-Udi & Cheng, 2015; Arisoy & Aybek, 2021). O desenvolvimento destas competências é, portanto, uma componente crucial para a formação de cidadãos capazes de pensar criticamente e de

resolver problemas de forma eficaz e criativa (Paul & Elder, 2006). Em termos de reflexão final e citando Lopes et al. (2020) "quanto mais oportunidades de interação entre os alunos o professor cria, mais oportunidades há para que surjam questões e ocorra mais discussão e análise crítica sobre as mesmas, o que proporciona um contexto mais adequado para o surgimento de Pensamento Crítico," (p.128). Assim, estes resultados ainda que sujeitos a análises muito elementares e provisórias parecem-nos fornecer evidências para apoiar a importância da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento de disposições de Pensamento Crítico (PC) de alunos na disciplina de Matemática A.

Referências bibliográficas

Aizikovitsh-Udi, E., & Cheng, D. (2015). Developing critical thinking skills from dispositions to abilities: mathematics education from early childhood to high school. *Creative education, 6*(04), 455-462. http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.64045

Almeida, L. & Freire, T. (2007). *Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação* (4ª ed.). Psiquilibrios.

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives: complete edition*. https://eduq.info/xmlui/handle/11515/18824

Arisoy, B., & Aybek, B. (2021). The Effects of Subject-Based Critical Thinking Education in Mathematics on Students' Critical Thinking Skills and Virtues. *Eurasian Journal of Educational Research, 92*, 99–120. https://doi.org/10.14689/ejer.2021.92.6

Bailin, S., & Battersby, M. (2016*). Reason in the balance: An inquiry approach to critical thinking.* Hackett Publishing.

Bailin, S., Case, R., Coombs, J. R., & Daniels, L. B. (1999). Conceptualizing critical thinking. *Journal of Curriculum Studies, 31*(3), 285–302. https://doi.org/10.1080/002202799183133

Coolican, H. (2018). *Research methods and statistics in psychology* (7th ed). Routledge.

Davies, M., & Barnett, R. (Eds.). (2015). *The Palgrave handbook of critical thinking in higher education*. Springer. https://link.springer.com/book/10.1057/9781137378057

DGE (2018). *Aprendizagens Essenciais. Articulação com o perfil dos alunos – 11.º Ano – Ensino Secundário–Matemática A*. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

Elder, L., & Paul, R. (2012). Critical Thinking: Competency Standards Essential to the Cultivation of Intellectual Skills, Part 4. *Journal of Developmental Education, 35*(3), 30-31. https://eric.ed.gov/?id=EJ998804

Ennis, R. H. (1985). A logical basis for measuring critical thinking skills. *Education Leadership, 43*(2), 44-48https://jgregorymcverry.com/readings/ennis1985assessingcriticalthinking.pdf

Ennis, R. H. (1987). A taxonomy of critical thinking dispositions and abilities. In J. B. Baron & R. J. Sternberg (Eds.), *Teaching thinking skills: Theory and practice* (pp. 9-26). W. H. Freeman.

Ennis, R. H. (1996). Critical thinking dispositions: Their nature and assessability. *Informal logic, 18*(2). https://doi.org/10.22329/il.v18i2.2378

Ennis, R. H. (2011). Critical Thinking: Reflection and Perspective. In *International Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 141-153). Routledge. https://doi.org/10.5840/inquiryctnews201126215

Erdogan, F. (2019). Effect of cooperative learning supported by reflective thinking activities on students' critical thinking skills. *Eurasian Journal of Educational Research, 19* (80), 89-112. https://dergipark.org

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction (The Delphi Report).* California Academic Press.

Facione, P. A. (2000). The disposition toward critical thinking: Its character, measurement, and relation to critical thinking skill. *Informal Logic, 20*(1), 61–84. https://doi.org/10.22329/il.v20i1.2254

Facione, P. A. (2011). *Think critically*. Pearson Education.

Facione, P. A. (2015). *Critical thinking: What it is and why it counts*. Insight Assessment.

Facione, P., & Facione, N. (1992). *The California Critical Thinking Disposition Inventory.* California Academic Press.

Gavilán, P. (1999). El trabajo cooperativo: una alternativa eficaz para atender a la diversidad. *Aula de Innovación Educativa, 85*, 68-70.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. In J. D. Godino (dir.*), Matemáticas y su didáctica para maestros.* (pp. 5-154). Universidad de Granada.

Halonen, J. S. (1995). *Demystifying critical thinking. Teaching of psychology, 22*(1), 75-81. https://doi.org/10.1207/s15328023top2201_23

Halpern, D. F. (1998). Teaching critical thinking for transfer across domains: Dispositions, skills,

structure training, and metacognitive monitoring. *American Psychologist, 53*(4), 449–455. https://doi.org/10.1037/0003-066X.53.4.449

Incikabi, L., Tuna, A., & Biber, A. C. (2013). An analysis of mathematics teacher candidates critical thinking dispositions and their logical thinking skills. *Journal of International Education Research (JIER), 9*(3), 257-266. https://doi.org/10.19030/jier.v9i3.7884

Johanning, D. L. (2000). An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. *School Science and Mathematics, 100*(3), 151-160.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competition: Theory and research.* Interaction Book Company.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1990). Using Cooperative Learning Math. In N. Davidson (Ed.), *Cooperative Learning in Mathematics*, (pp.103-125). Addison-Wesley.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2010). Cooperative learning and conflict resolution. Essential 21st century skills. In J. Bellanca & R. Brandt (Eds.*), 21st Century skills: Rethinking how students learn* (pp. 201-220). Solution Tree.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1991). *Active learning: Cooperation in the college classroom.* Interaction Book Company.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999*). El aprendizaje cooperativo en el aula* (Vol. 4). Paidós.

Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning* (All grades). Resources for Teachers.

Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021). Mathematical problem-solving through cooperative learning—the importance of peer acceptance and friendships. *In Frontiers in Education* (Vol. 6, p. 710296). Frontiers. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.710296

King, P. M., & Kitchener, K. S. (1994). *Developing reflective judgment: Understanding and promoting intellectual growth and critical thinking in adolescents and adults*. Jossey-Bass.

Lai, E. R. (2011). *Critical thinking: A literature review. Pearson's Research Reports, 6*(1), 40-41.

Leader, L. F., & Middleton, J. A. (2004). Promoting critical-thinking dispositions by using problem solving in middle school mathematics. *RMLE Online, 28*(1), 55-71. https://doi.org/10.1080/19404476.2004.11658174

Lochhead, J., & Whimbey, A. (1987). Teaching Analytical Reasoning Through Thinking Aloud Pair Problem Solving. *New directions for teaching and learning, 1987* (30), 73-92. https://doi.org/10.1002/tl.37219873007

Lopes, J. P., & Silva, H. S. (2009). *A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula* (1.ª ed.). PACTOR – Edições de Ciências Sociais, Forenses e da Educação.

Lopes, J. P., & Silva, H. S. (2021). *Pensamento crítico e criativo. 100 fichas para trabalhar na sala de aula* (2.ª ed.). PACTOR – Edições de Ciências Sociais, Forenses e da Educação.

Lopes, J. P., & Silva, H. S. (2022). *A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula* (2.ª ed.). PACTOR – Edições de Ciências Sociais, Forenses e da Educação.

Lopes, J. P., Silva, H. S., Catarino, P., Morais, E., & Vasco, P. (2019). Cooperative learning on promoting creative thinking and mathematical creativity in higher education. REICE. *Revista Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio En Educacion, 17*(3), 5-22. https://doi.org/10.15366/reice2019.17.3.0017

Lopes, J. P., Silva, H. S., & Morais, E. (2021). Construção e validação de uma escala de disposições de pensamento crítico para estudantes universitários (EDPC). *Revista Lusófona de Educação, 53,* 119-138. https://doi.org/10.24140/issn.1645-7250.rle53.0

Lopes, J. P., Silva, H. S., Dominguez, C., & Nascimento, M. M. (2020). *Educar para o Pensamento Crítico na sala de aula. Planificação, Estratégias e Avaliação* (2.ª ed.). PACTOR – Edições de Ciências Sociais, Forenses e da Educação.

Halonen, J. S. (1995). *Demystifying critical thinking. Teaching of psychology, 22*(1), 75-81. https://doi.org/10.1207/s15328023top2201_23

Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M. Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.* Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE). https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/22377/1/perfil_dos_alunos.pdf

Muñiz, J. C. I., & Miranda, T. H. L. (2017). Matemáticas. In J. C. I. Muñiz, L. F. G. García & J. F. Río (Coord.), *Aprendizaje cooperativo: teoría y práctica en las diferentes áreas y materias del curriculum* (pp.265-299). Ediciones Pirámide.

NCTM (2000). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2.ª ed.). APM.

Noviati, D. A., & Sinaga, B. (2021). Differences in Increasing Mathematical Critical Thinking Ability of Students Using the STAD and Jigsaw Cooperative Learning Model for Junior High School Students. In *6th Annual International Seminar on Transformative Education and Educational Leadership (AISTEEL 2021*) (pp. 361-371). Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/assehr.k.211110.110

Paul, R., & Elder, L. (1992). Critical thinking: What, why, and how. *New directions for community colleges, 77*(2), 3-24.

Paul, R., & Elder, L. (2006). *Critical thinking: Tools for taking charge of your learning and your life.* Pearson Education.

Paul, R., & Elder, L. (2008). Critical Thinking: Strategies for Improving Student Learning, Part II. *Journal of Developmental Education, 32*(2), 34-35.https://eric.ed.gov/?id=EJ868666

Pujolás, P. (2004). *Aprender juntos alumnos diferentes: los equipos de aprendizaje cooperativo en el aula.* Octaedro-Eumo.

Putman, J. W (1998). *Cooperative learning and strategies for inclusion: Celebrating diversity in the classroom.* P. H. Brookes Pub.

Silva, H., Lopes, J., Dominguez, C., & Morais, E. (2022). Lecture, cooperative learning and concept mapping: Any differences on critical and creative thinking development? *International Journal of Instruction, 15*(1), 765–780.

Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research, and practice* (2nd ed.). Allyn & Bacon.

Slavin, R. E. (1999). *Aprendizaje cooperativo: Teoría, investigacion y práctica.* AIQUE.

Tuckman, B. W. (2000). *Manual de Investigação em Educação. Como conceber e realizar o processo de investigação em Educação.* Fundação Calouste Gulbenkian.

Yorganci, S. (2016). Critical thinking dispositions of pre-service mathematics teachers. *Participatory Educational Research*, *3*(3), 36-46. https://doi.org/10.17275/per.16.13.3.3

XXXIV SIEM
SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
17 | 18 Julho 2024
Caldas da Rainha

Cartazes
Posters

O papel e os desafios do facilitador na condução de um estudo de aula

The role and challenges of the facilitator in conducting a lesson study

Arminda Pereira[1], *Marisa Quaresma*[2], *João Pedro da Ponte*[3]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa e Escola Básica de Alfornelos, *armindapereira@edu.ulisboa.pt*
[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *maquaresma@ie.ulisboa.pt*
[3]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *jpponte@ie.ulisboa.pt*

Resumo. *O facilitador é uma das chaves para o sucesso do estudo de aula e desempenha inúmeras funções. Tendo por base uma investigação com design de observação participante e autoestudo, este poster aborda o papel do facilitador e os desafios que enfrenta na condução de um estudo de aula.*

Abstract. *The facilitator is one of the keys to successful lesson study and plays numerous roles. Based on participant observation research and self-study, this poster addresses the role of the facilitator and the challenges they face in conducting a lesson study.*

Palavras-chave: Autoestudo; Estudo de Aula; Facilitador; Prática letiva.
Keywords: Self-study; Lesson Study; Facilitator; Teaching practice.

Introdução

O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional do professor reflexivo e colaborativo que está centrado na prática docente (Fernández et al., 2003; Perry & Lewis, 2009). O estudo de aula promove uma forma de desenvolvimento profissional intensiva e orientada para o participante (Lewis, 2016), o que requer um modo de atuação especial do facilitador. Apesar de estudos recentes captarem aspetos da facilitação, é necessário aprofundar como são conduzidas as sessões de estudo de aula. Este poster aborda o papel do facilitador e os desafios que enfrenta na condução de um estudo de aula.

Metodologia

Este estudo integra-se numa investigação mais ampla que pretende compreender, no estudo de aula, o papel do facilitador e a perspetiva dos participantes, professores de Matemática do 3.º ciclo, bem como saber de que modo este processo formativo contribui para

o desenvolvimento da sua prática. Este estudo segue um design de observação participante e autoestudo.

O estudo de aula contemplou um total de 14 sessões e realizou-se no ano letivo de 2023-2024. Participaram cinco professores de Matemática que lecionam no 3.º ciclo e a primeira autora deste poster. Os dados foram recolhidos por observação participante com a elaboração de um diário de bordo, recolha de documentos (tarefas e planos de aula), gravação áudio das sessões, das aulas de investigação e de entrevistas semiestruturadas.

O papel do facilitador

Desde 2019, que o papel do facilitador vem ganhando destaque, tornando-se um tema de interesse (Clivaz & Clerc-Georgy, 2020; De Vries & Uffen, 2020; Grigioni Baur & Hoznour, 2019; Morago & Grigioni Baur, 2020).

> O facilitador é responsável por criar um espaço seguro e encorajador para que os participantes possam partilhar ideias, debater e aprender juntos. As funções do facilitador no estudo de aula incluem o planeamento e preparação das sessões, orientação, propostas para a organização do trabalho coletivo e individual, facilitação de discussões, fornecimento de suporte e desafio para assumir riscos na prática letiva.

Durante a fase do planeamento das sessões do estudo de aula, foi necessário selecionar artigos, tarefas e vídeos com excertos de aulas para analisar e refletir com os professores sobre o tópico, as tarefas, a discussão coletiva; antecipar as suas contribuições sobre aspetos da sua prática, nomeadamente, na seleção de tarefas, nas ferramentas e tecnologias mobilizadas e na condução da discussão coletiva e elaborar questões a colocar aos professores sobre a estrutura da aula, as representações e os processos de raciocínio dos alunos.

Um dos principais desafios enfrentados foi o reconhecimento do facilitador como mais um membro do grupo. Como o estudo de aula foi organizado como formação, os professores esperavam que o facilitador lhes transmitisse conhecimento. Para desfazer essa perceção, foi necessário esclarecer o papel do facilitador e como se encaixa dentro do papel como membro do grupo. Além disso, foi enfatizada a importância do trabalho em equipa e da colaboração entre os professores, destacando que cada membro do grupo pode trazer capacidades e conhecimentos únicos para enriquecer o processo de aprendizagem. Foi ainda necessário participar ativamente das discussões e atividades do grupo, mostrando interesse em trabalhar colaborativamente; partilhar experiências pessoais e incentivar os professores a contribuir com as suas próprias ideias e perspetivas.

Outro aspeto desafiante foi encontrar forma de discutir fragilidades na prática dos participantes, tendo sido necessário encontrar abordagens que promovessem diálogos significativos e envolventes sem comprometer a confiança estabelecida.

A condução das discussões e apresentação de conhecimentos matemáticos ou didáticos aos professores participantes na formação foi outro aspeto desafiante. Neste aspeto a prepara-

ção cuidadosa das sessões de estudo de aula aproveitando as experiências dos professores e selecionando recursos apropriados para trabalhar permitiu antecipar as suas contribuições.

Considerações finais

O facilitador no estudo de aula é um mediador entre os participantes e o processo de aprendizagem, ajudando a criar um ambiente de aprendizagem colaborativo e inclusivo e promovendo o sucesso dos participantes na realização dos seus objetivos de aprendizagem. O facilitador enfrenta diversos desafios ao longo da condução do estudo de aula. Esses desafios podem ser superados com uma preparação e planeamento adequados das sessões de estudo de aula.

Referências bibliográficas

Clivaz, S., & Clerc-Georgy, A. (2020). Facilitators' roles in lesson study: from leading the group to doing with the group. In A. Murata & C.K.-E. Lee (Eds.), *Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning* (pp. 86-93). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003002536-9

De Vries, S., & Uffen, I. (2020). Facilitating a lesson study team to adopt an inquiry stance. In A. Murata, & C.K-E. Lee (Eds.), *Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning* (pp. 94-106). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003002536-10

Fernandez, C., Cannon, J., & Chokshi, S. (2003). A US–Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, *19*(2), 171–185. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00102-6

Grigioni Baur, S., & Hoznour, P. I. (2019). *Impact of learning-centered facilitation on teachers' professional development during a LS* [Conference presentation]. WALS Congress, Amsterdam, The Netherlands. http://hdl.handle.net/20.500.12162/3554Lewis, J.M. (2016). Learning to lead, leading to learn: how facilitators learn to lead lesson study. *ZDM Mathematics Education, 48*(4), 527–540. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0753-9

Morago, S., & Grigioni Baur, S. (2020). *Learner-centered facilitation in lesson study groups. In A. Murata & C. Lee (Eds.), Stepping up lesson study: An educator's guide to deeper learning (pp. 106-115).* Routledge.Perry, R., & Lewis, C. (2009). What is successful adaptation of lesson study in the US? *Journal Educational Change, 10*(4), 365-391. https://doi.org/10.1007/s10833-008-9069-7

Conhecimento especializado de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais por meio de Tarefas para a Formação no âmbito das operações

Prospective kindergarten and primary teachers specialized knowledge through tasks for teacher education in the scope of operations

Sandra Menezes[1], *Miguel Ribeiro*[2]

[1]Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, *sandra.smenezes@hotmail.com.br*
[2]Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, *cmribas78@gmail.com*

Resumo. *Neste projeto buscamos entender como a estrutura, natureza, foco e a dinâmica da implementação de Tarefa para a Formação influenciam o desenvolvimento do conhecimento especializado de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais no âmbito das operações envolvendo naturais e frações.*

Abstract. *In this project we seek a deeper understanding on the structure, nature, focus and the implementation of the Tasks for Teacher Education, influence the development of prospective kindergarten and primary teachers specialized knowledge in the scope of operations with natural and fractions.*

Palavras-chave: Tarefas para a Formação; Conhecimento Espcializado dos Professores de Matemática; Pensamento Númerico.

Keywords: Tasks for Teacher Education; Mathematics Teacher's Specialized Knowledge; Numerical Thinking.

Algumas ideias e discussões iniciais

O tema das operações é algo em que os alunos revelam dificuldades, e a sua compreensão exige que os alunos possam ir além da perspetiva apenas do saber fazer (aplicar uma técnica) as "quatro operações". Os professores consideram problemático explorar as quatro operações em sala de aula pelas dificuldades que os alunos apresentam com relação a resolução dos algoritmos das operações (Fosnot; Dolk, 2001) que, na maioria das vezes, está limitada apenas ao uso das regras, sem possuir uma compreensão associada ao que realmente está aprendendo (Ribeiro, 2009; Rojas et al., 2015). Considerando que a nossa prática enquanto professores se sustenta no uso de tarefas (Mason; Johnston-Wilder, 2006), torna-se imprescindível pensar em como essas tarefas podem cumprir com o seu papel ao serem utilizadas na sala de aula (Chapman, 2013).

Levando em conta que as tarefas matemáticas assumem um papel central na e para a prática matemática e que a sua natureza, foco e objetivos moldam e são moldados pelo objetivo da implementação (Ribeiro, Almeida, & Mellone, 2021), para a formação de professores

necessitamos considerar as especificidades da prática profissional e do conhecimento que se pretende desenvolver para possibilitar práticas matematicamente inovadoras (Ribeiro & Silva, 2024) de forma a possibilitar que os alunos entendam. Para essa formação conceitualizamos tarefas específicas para uma formação especializada (Tarefas para a Formação – TpF) que têm como objetivo último desenvolver o conhecimento especializado do professor (Ribeiro, Almeida, & Mellone, 2021) no âmbito das operações envolvendo o conjunto dos números naturais e frações. Esse conhecimento é entendido na perspetiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK (Carrillo et al., 2018) que considera essas especificidades tanto no conhecimento matemático quanto pedagógico.

Contexto e método

A coleta das informações ocorrerá em contextos formativos (inicial e contínua), tendo como participante desse estudo futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais, recorrendo à implementação de um itinerário de TpF (estudo de caso instrumental) associados à melhoria da prática na Educação Infantil e Anos Iniciais. As informações incluem as produções escritas; narrativas sobre as experiências vivenciadas e as transformações perspetivadas na sua prática; gravações em áudio e vídeo de todas as discussões dos futuros professores. A análise do conhecimento revelado buscará elencar níveis de conhecimento em cada subdomínio do MTSK e identificar as características e propriedades das TpF que maximizam o desenvolvimento desse conhecimento especializado.

Alguns resultados esperados

Entre os resultados esperados referimos:

(1) Obter um conjunto de elementos que permitam mapear as experiências dos futuros professores ao resolverem as Tarefas para a Formação.
(2) Compreender a influência das tarefas para Formação no desenvolvimento do conhecimento especializado do professor.
(3) Obter um conjunto de descritores de conhecimento referente ao conhecimento especializado de futuros professores em relação ao tópico das operações.

Agradecimentos

O presente trabalho é parte dos projetos de pesquisa financiados pelo CNPq (nº 32/2023 e 172354/2023-4).

Referências bibliográficas

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilas-Gonzáles, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236-253.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. Journal of Mathematics *Teacher Education*, 16, 1-6.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division. Heinemann, 88 *Post Road West*, PO Box 5007, Westport, CT 06881.

Ribeiro, C. M. (2009). Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. *Boletim de Educação Matemática*, 22 (34), 1-26.

Ribeiro, M., Almeida, A., & Mellone, M. (2021). Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver as especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(35), 1-32.

Ribeiro, M., & Silva, C. (2024). Especificidades do conhecimento interpretativo do professor e das tarefas para a formação como elementos para práticas criativas e matematicamente innovadoras, *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*. (aceite)

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. *Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 143-166.

Ensinar Matemática com tecnologia: uma versão preliminar do modelo Global do Conhecimento

Teaching Mathematics with technology: a preliminary version of the Global Knowledge model

Helena Rocha[1]

[1]CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade NOVA de Lisboa, *hcr@fct.unl.pt*

Resumo. *Este estudo visa discutir semelhanças e diferenças entre modelos de conhecimento com foco na tecnologia, desenvolvendo a partir destes o Modelo Global. Este não é um novo modelo, mas antes um contributo para a articulação entre diferentes quadros conceptuais.*

Abstract. *This study aims to discuss similarities and differences between knowledge models focusing on technology, developing the Global Model. This is not a new model, but rather a contribution to the articulation between different conceptual frameworks.*

Palavras-chave: Conhecimento Profissional; Modelo de Conhecimento; Tecnologia; Modelo Global

Keywords: Teachers' Knowledge; Knowledge Model; Technology; Global Model

A integração da tecnologia digital tem sido reconhecida pelo seu potencial para promover a aprendizagem matemática (Tabach & Trgalová, 2019). No entanto, atingir esse potencial revelou-se um grande desafio. Os professores têm um papel central na integração tecnológica e o seu conhecimento profissional é uma das influências nessa integração (Clark-Wilson et al., 2020).

O trabalho de Shulman (1987) e o seu construto PCK – *Pedagogical Content Knowledge* são um marco significativo na investigação sobre o conhecimento dos professores. Desde então, vários autores desenvolveram refinamentos do PCK (por exemplo, MKT – *Mathematical Knowledge for Teaching* de Ball et al., 2008) e até desenvolveram novas estruturas (por exemplo, *Knowledge Quartet* de Rowland et al., 2005). A integração da tecnologia levantou novas questões e conduziu ao desenvolvimento de novos modelos de conhecimento.

Estes modelos com foco específico na tecnologia, incluem o TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*, de Misha e Koehler (2006), inspirado no PCK; o PTK – *Pedagogical Technology Knowledge*, de Thomas e Hong (2013), e pretendendo promover a inclusão num modelo de conhecimento de aspetos relacionados com a génese instrumental (Rabardel, 1995); ou ainda o KTMT – *Knowledge for Teaching Mathematics with Technology*, de Rocha (2020), modelo que pretende integrar a investigação sobre o conhecimento

profissional e os resultados de estudos sobre a integração da tecnologia. E se geralmente nos referimos a estes modelos como modelos de conhecimento, alguns deles incluem na sua conceção mais do que apenas o conhecimento dos professores. É o caso do PTK, que inclui as orientações pessoais dos professores, e também o caso do KTMT, que considera globalmente todas as influências sobre os professores, quer estas tenham origem neles ou no contexto em que estão inseridos.

O objetivo do trabalho que aqui se apresenta é discutir as semelhanças e diferenças entre os modelos de conhecimento existentes com foco na tecnologia. Com base neste trabalho pretendemos apresentar um modelo global. Este *Modelo Global* não é um modelo novo. Pelo contrário, é um modelo desenvolvido com base nos modelos existentes e pretende integrar num único modelo os domínios de conhecimento considerados nos diferentes modelos existentes.

Do ponto de vista metodológico, e com base em Jablonka et al. (2018), partimos de uma revisão da literatura (Rocha, 2023) para identificar os modelos existentes e o entendimento atribuído a cada um dos domínios do conhecimento considerados. Utilizamos então todos os domínios do conhecimento, a sua concetualização e as relações entre os domínios para conceber o *Modelo Global* (figura 1).

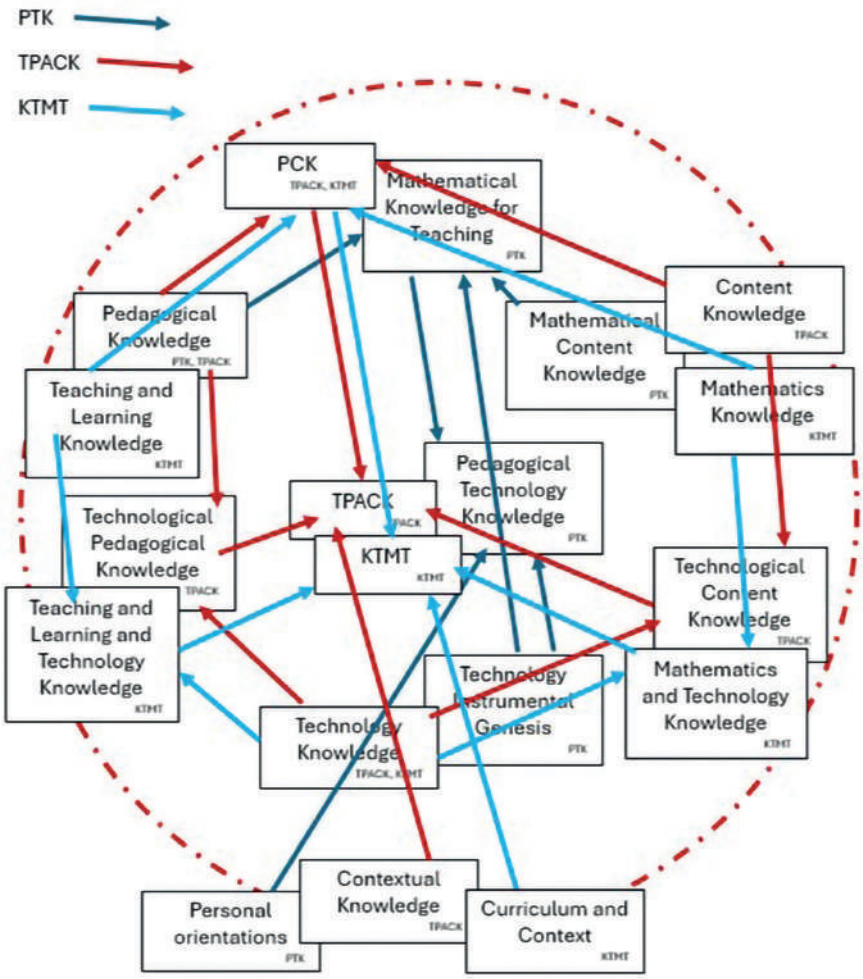


Figura 1. Modelo Global.

Na representação aqui apresentada do *Modelo Global* usamos cores diferentes para representar as relações entre os domínios de conhecimento de cada um dos modelos do conhecimento considerados – TPACK, PTK e KTMT – e recorremos à sobreposição parcial entre a representação de domínios em diferentes modelos quando nos parece existir alguma relação entre os domínios de conhecimento considerados.

As conclusões alcançadas apontam para algumas semelhanças, essencialmente relacionadas com o conhecimento matemático e com o conhecimento pedagógico, com forte relevância atribuída ao PCK. Mas apontam também para algumas diferenças. Algumas dessas diferenças estão relacionadas com o nome dado aos domínios (conhecimento matemático *vs* conhecimento do conteúdo matemático), mas principalmente relacionadas com a compreensão dos domínios (PCK, MKT) ou mesmo com os domínios considerados (e.g., currículo, contexto), e também com a forma como o desenvolvimento do conhecimento é concebido.

Importa agora refinar o modelo, tendo por base a sua utilização na análise do conhecimento profissional do professor, e analisar se este *Modelo Global* pode trazer contributos para a compreensão do conhecimento do professor e para a promoção do seu desenvolvimento profissional.

Agradecimentos

Este trabalho é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, I.P., que financiou o projeto TecTeachers (https://doi.org/10.54499/2022. 03892. PTDC).

Referências bibliográficas

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special?. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM, 52*(7), 1223-1242. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0

Jablonka E., Andrews P., Clarke D., & Xenofontos C. (2018). Comparative studies in mathematics education. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger, & K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education* (pp. 223-238). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315113562

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017–1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

Rocha, H. (2020). Using tasks to develop pre-service teachers' knowledge for teaching mathematics with digital technology. *ZDM, 52*(7), 1381-1396. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01195-1

Rocha, H. (2023). Models on teachers' knowledge to teach with digital technology: a systematic review. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of* CERME13. ERME.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*, 255-281.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–22.

Tabach, M., & Trgalová, J. (2019). The knowledge and skills that mathematics teachers need for ICT integration: The issue of standards. In G. Aldon & J. Trgalová (Eds.), *Technology in mathematics teaching* (pp. 183-203). Springer.

Thomas, M., & Hong, Y. (2013). Teacher integration of technology into mathematics learning. *International Journal of Technology in Mathematics Education, 20*, 69–84.

A planificação de uma aula exploratória num estudo de aula com professores do ensino superior

Planning an exploratory lesson in a lesson study with higher education teachers

Larissa Hagedorn Vieira[1], *João Pedro da Ponte*[2], *Marisa Quaresma*[3]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *larissavieira@utfpr.edu.br*
[2]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *jjp@ie.ulisboa.pt*
[3]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, *mq@ie.ulisboa.pt*

Resumo. *Esta comunicação tem por objetivo analisar a organização e planificação da aula exploratória realizada por professores do ensino superior da disciplina de Cálculo 1 ao longo de um estudo de aula. O estudo tem carater qualitativo e os dados foram recolhidos através de um diário de bordo, gravações de áudio e vídeo e recolha documental. É possível identificar o desenvolvimento dos professores no que diz respeito à planificação da aula. Os resultados apontam assim para o contributo do estudo de aula no desenvolvimento do conhecimento didático dos professores participantes.*

Abstract. *This communication aims to analyze the organization and planning of the exploratory lesson conducted by higher education professors of Calculus 1 throughout a lesson study. The study adopts a qualitative approach, and data were collected through a researcher journal records, audio and video recordings, and documentary collection. It is possible to identify the development of the professors regarding lesson planning. The findings thus reveal the contribution of the classroom study to the development of the pedagogical knowledge of the participating professors.*

Palavras-chave: Estudo de Aula; Ensino Superior; Abordagem Exploratória; Planificação

Keywords: Lesson Study; Higher Education; Exploratory Approach; Planning

Introdução

O estudo de aula é um processo formativo com caráter reflexivo e baseado na prática dos professores, onde se trabalha colaborativamente para planejar uma aula com foco na aprendizagem dos alunos. Stigler e Hiebert (1999) destaca que o fundamento do estudo de aula é simples: se é desejado melhorar o ensino, o lugar mais eficaz para fazê-lo é no contexto de sala de aula. Os autores descrevem o estudo de aula em oito passos, e nesta comunicação focamos nas etapas de planejar a aula. Em particular, esta comunicação apresenta elementos focados na organização e planificação, presentes na prática letiva (Ponte, 2012). Ponte et al.(2015) consideram que que um dos fatores para uma boa aula é uma boa preparação, destacando que quanto mais o plano de aula for detalhando e refletido, "maior capacidade

terá o professor de ajustar esse plano em função dos acontecimentos e mesmo de improvisar" (p. 34). A abordagem exploratória (Ponte, 2005), possuí várias características que convergem com o estudo de aula (Fujii, 2018). A aula exploratória é caracterizada por Quaresma e Ponte (2017) em três fases: (i) introdução da tarefa, (ii) trabalho autônomo dos alunos e (iii) discussão e síntese final. Assim, para o estudo de aula é apropriado a planificação de uma aula exploratória, como para aprender sobre a abordagem exploratória o estudo de aula é adequado.

Metodologia

O estudo de aula referente a esta comunicação foi estruturado em oito etapas, conforme descrevem Stigler e Hiebert (1999): 1) definir o problema, 2) planejar a aula, 3) lecionar a aula, 4) refletir sobre a aula, 5) rever a aula, 6) lecionar a aula revista, 7) refletir de novo e 8) compartilhar resultados. O estudo ocorreu entre os meses de março e junho de 2023, com sessões presenciais de uma hora semanal. Os participantes foram cinco professores de Matemática do ensino superior (Ana, Laura, Jhon, Ronaldo e Valentim, pseudônimos), que lecionavam nos cursos de engenharia de uma universidade do Sul do Brasil. A aula planejada tinha como objetivo que os alunos da disciplina de Cálculo 1 estabelecessem a interligação entre o conceito de integral definida e o volume do sólido de revolução.

Nesta comunicação são analisadas as etapas de planificação de um estudo de aula que faz parte de uma investigação mais ampla que pretende compreender como a participação num estudo de aula influencia o conhecimento didático e a prática de professores do ensino superior e conhecer a sua perspectiva sobre este processo formativo. A investigação segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 2011), adotando o design de observação participante (Jorgensen, 1989). Os dados foram recolhidos através de um diário de bordo, gravações de áudio e vídeo e recolha documental e transcritos para a análise.

Resultados preliminares

Os professores estiveram consideraram aos passos descritos por Ponte et al. (2015) quanto à preparação do plano de aula. Tiveram dificuldades em prever a organização do tempo, visto que não estavam acostumados a ter um tempo pré-determinado para cada atividade e antecipar as possíveis situações que poderiam ocorrer durante a aula.

Planejando o fluxo da aula, ressalta-se a construção da etapa de introdução da tarefa. Durante a primeira etapa de planejamento, Jhon estava convicto que a melhor proposta seria propor a tarefa elaborada e deixar o tempo para o trabalho autônomo dos alunos, sem apresentar informações adicionais sobre o problema, com excessão de possíveis problemas quanto a interpretação da tarefa. Na sessão de discussão pós-aula, ficou evidente que a opção escolhida não foi a melhor e que a introdução da tarefa deveria ter sido mais substancial, de forma que todos os alunos conseguissem iniciar a tarefa proposta. Nesta sessão, os participantes também discutiram sobre a organização do tempo, que deveria ser revista dado o número de alunos em sala, pois na aula realizada não conseguiu dar apoio a todos os

grupos de forma satisfatória, dado o elevado número de alunos. Para a reaplicação da aula exploratória em sala de aula, o novo planejamento, principalmente no que diz respeito ao fluxo da aula, e ao tempo determinado foram coerentes com o objetivo de aprendizagem e o número de alunos.

Esta breve síntese de resultados de uma parte do estudo de aula mostra o desenvolvimento do grupo de professores nas questões de planejamento de aula, levando em consideração as possíveis dificuldades dos alunos e a importância da introdução da tarefa para o fluxo da aula ser eficiente. Mesmo que inicialmente os participantes estivessem em desacordo quanto ao modo de preparo, reavaliaram as ações e conseguiram reavaliaram as suas decisões quanto ao plano de aula, fazendo alterações significativas.

Conclusão

A participação num estudo de aula, bem como a organização e planejamento de uma aula exploratória é um desafio para os professores do ensino supeior. O fato de normalmente o trabalho ser realizado de forma individual já traz um desafio para os professores. Adicionando ainda a proposta da aula exploratória, na qual os assuntos não são introduzidos pelo professor através de explicações e exemplos, se torna ainda mais desafiante para os professores. Contudo, este estudo mostra os desenvolvimentos dos professores participantes no que diz respeito ao planejamento de uma aula exploratória.

Referências bibliográficas

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: *Uma introdução à teoria e aos métodos*. (M. J. Alvarez, S. B. Santos & T. M. Baptista, Trad.). Porto Editora.

Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: The two wheels of a cart. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J.P. Ponte, A. Ní Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues* (pp. 1–21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1

Jorgensen, D.L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Sage.

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J.P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y prática de la educación matemática* (pp. 83–98). Graó.

Ponte, J.P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática*, 133, 26-35

Quaresma, M., & Ponte, J.P. (2017). Participar num estudo de aula: A perspetiva dos professores. *Boletim GEPEM*, (71), 98-113.

Stake, R.E. (2011). *Pesquisa qualitativa: Estudando como as coisas funcionam* (K. Reis, Trad.). Artmed.

Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*. Free Press.

O incentivo pedagógico dos alunos na aprendizagem da matemática utilizando a plataforma digital como aplicação tecnológica na prática docente dos professores em contexto escolar

The pedagogical encouragement of students in learning mathematics using the digital platform as a technological application in the teaching practice of teachers in a school context.

Ana Henriques[1]

[1]Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, a*chenriques@ie.ulisboa.pt*

Resumo. *Este recente estudo foca-se no relevante e inovativo contributo do uso da plataforma digital em práticas de ensino em contexto escolar, para a necessária promoção do incentivo educativo e a aprendizagem matemática dos alunos do ensino básico e secundário, e as implicações pedagógicas exploradas e aplicadas. O objetivo deste estudo, de natureza qualitativa e interpretativa, é compreender o contributo da utilização regular e planeada da plataforma digital em contexto escolar proposto por professores em sala de aula para garantir o incentivo pedagógico dos alunos do ensino básico e secundário na aprendizagem da Matemática. A análise dos resultados deste estudo em diversos agrupamentos de escolas em Portugal, evidenciou que a forma de trabalhar na sala de aula o uso da plataforma, proposta pelos professores, contribuiu para o incentivo educativo e melhoria da aprendizagem da Matemática dos alunos. O contributo deste estudo é útil para apoiar professores da comunidade educativa e recomendar o uso da plataforma para apoiar a promoção do necessário incentivo e aprendizagem dos alunos.*

Abstract. *This recent study focuses on the relevant and innovative contribution of the use of the digital platform in teaching practices in a school context, for the necessary promotion of educational encouragement and mathematical learning of primary and secondary school students, and the pedagogical implications explored and applied . The objective of this study, of a qualitative and interpretative nature, is to understand the contribution of the regular and planned use of the digital platform in a school context proposed by teachers in the classroom to guarantee the pedagogical encouragement of primary and secondary school students in learning Mathematics. The analysis of the results of this study in different groups of schools in Portugal, showed that the way of working in the classroom and using the platform, proposed by teachers, contributed to the educational incentive and improvement of students' Mathematics learning. The contribution of this study is useful to support teachers in the educational community and recommend the use of the platform to support the promotion of necessary encouragement and student learning.*

Palavras-chave: Aprendizagem da Matemática; Incentivo Educativo dos Alunos do Ensino Básico e Secundário; Instrução Assistida por Plataforma digital.

Keywords: Mathematics Learning; Educational Encouragement for Primary and Secondary School Students; Instruction Assisted by a Digital Platform.

Introdução

Como a aprendizagem da Matemática dos alunos é destacada em diversos documentos de orientações curriculares internacionalmente em vários níveis de educação (ME,2021; NCTM 2014), depende das necessárias competências inovadoras das práticas educativas que os professores lhes proporcionam nas aulas e no trabalho autônomo (Bost & Smith, 2011), desenvolvendo-lhes o incentivo educacional necessário para as capacidades, conhecimentos conceituais e processuais, e competências tecnológicas de que necessitam atualmente nas aulas para melhorar o ensino e aprendizagem da matemática. No entanto, os recursos tecnológicos recentes na sala de aula ainda não estão efetivamente integrados nas práticas pedagógicas dos professores, nem nos processos de aprendizagem dos alunos. Para que mudanças ocorram neste contexto, é por isso necessário os professores reconhecerem que aplicativo tecnológico usar com vantagem no ensino, nomeadamente as plataformas digitais, e como desempenhar o seu papel na participação ativa continuada nas práticas educativas para promover o necessário incentivo educacional e as capacidades dos alunos na aprendizagem das disciplinas matemáticas (Figueiral et al., 2013) (Lui &Yiu, 2013).

Com esta necessidade surgiu o inovador projeto educativo MILAGE APRENDER+ (2018), de intervenção em contexto escolar, desenvolvido pela Universidade do Algarve, criando uma plataforma de aprendizagem que funciona no ensino presencial e à distância, e que prioriza o acompanhamento e caracterização da utilização regular e planeada da plataforma pelos professores e seus alunos participantes no estudo, em particular o ensino e aprendizagem da Matemática no 3.º ciclo e no ensino secundário, que visa melhorar o ambiente tradicional de ensino e aprendizagem. Neste âmbito é então relevante apresentar esta investigação cujo objetivo é compreender o contributo da utilização regular e planeada da plataforma digital em contexto escolar proposto por professores em sala de aula para garantir o incentivo pedagógico dos alunos do ensino básico e secundário na aprendizagem da Matemática. E Salienta-se que este estudo foi útil para inovar e apoiar o recente necessário incentivo educativo e aprendizagem da matemática dos alunos, integrando o uso da plataforma digital, ao contribuir para o apoio de professores da comunidade educativa nas práticas letivas com interação com os alunos.

Fundamentação teórica

Na recente inovação das orientações curriculares da educação matemática do ensino básico e secundário (ME, 2021) e do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM,2014) é recomendado aumentar o interesse de todos os alunos para a sua essencial motivação para aprender temas matemáticos, e as suas oportunidades baseadas em tarefas

e utilizarem recursos tecnológicos digitais nas práticas de ensino e aprendizagem na sala de aula, para enriquecerem uma educação com qualidade elevada e aceitarem o seu uso das potencialidades das plataformas digitais em ambientes educacionais, como ferramentas de formação e aprendizagem que permite assistir a vídeos que compartilham conteúdos audiovisuais de materiais teóricos e resolução de problemas para evoluírem o seu conhecimento de matemática (Ponte et al. 2003) (Silva et al. 2016).

E surgiram plataformas inovadoras para apoiar práticas no ensino e aprendizagem, que exigem essenciais competências e habilidades dos professores para inovar o modelo tradicional educacional, em que proponham a plataforma digital com vantagem de incluir o objetivo de promover possibilidades inovadoras de interação entre professores e alunos nas práticas educacionais (Elbênia, 2016) (Correia et al. 2021), conforme relevante para promoverem uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos abordados e uma aprendizagem eficaz (Costa et al. 2021). O necessário papel do professor nesta perspetiva não será só transmitir conhecimentos mas ser interventivo como transmissores de conhecimento circunscrito à disciplina e promover métodos de ensino inovadores tendo o papel de mediador dos alunos para motivar e influenciar a promoção do envolvimento autónomo e trabalho colaborativo dos alunos na realização de atividades como a resolução de problemas disponíveis na plataforma, e propor discussões necessárias para reconhecer como o conteúdo é compreendido e superar dificuldades evidenciadas no conhecimento (Cosme, 2021). É também relevante nesta prática introduzir sistemas de avaliação de grupo focados em recompensas para os alunos se assegurarem.

Recentemente foram necessárias mudanças de práticas educacionais nas escolas para uma inovação pedagógica proeminente na aprendizagem da Matemática, que é amplamente reconhecida como um conhecimento necessário na diversidade de áreas da cultura humana, e apoia todos os alunos a compreender a realidade e a resolver diferentes tipos de problemas para lidar com situações e contextos de vida enfrentados diariamente (Abrantes & Serrazina, 1999); (Lygianne & Geraldo, 2020); (Nascimento et al, 2019).

Atualmente, os alunos já estão frequentemente ligados às tecnologias digitais, bastante integradas na sua realidade, cujas dimensões incluem acessibilidade de recursos e disponibilidade de suporte (Buckenmeyer, 2010), Pesquisas anteriores sugerem que, num contexto de aprendizagem, os vídeos são particularmente adequados para aumentar o interesse dos alunos pelos conteúdos educativos e pela aprendizagem em geral (Wijnker et al. 2021).

Esta plataforma é completa e inteligente ao incluir instrumentos como tarefas matemáticas e vídeos particularmente adequados que favorece o aumento da concentração e motivação do interesse dos alunos focada no ensino, que são capazes de avaliar suas diferentes habilidades e competências, que é uma inovação curricular e essencial no conteúdo educacional e na aprendizagem de temas da matemática (Silva et al. 2016); (Wijnker et al. 2021). Na intervenção em contexto escolar a partir da ação de diferentes profissionais, com foco na qualidade do sucesso da aprendizagem dos alunos, atuando de forma presencial ou a distância, permitindo aliar o ensino e a aprendizagem em sala de aula com atividades online

apoiadas pela plataforma (Horta et al. 2019). Outro aspeto relevante, que facilita a promoção de interesse dos alunos na aprendizagem, é ter em conta leitura motivacional que induz controlo externo dos alunos, em que fazem uma supervisão e monitorização controlada e introduzem sistemas de avaliação para se assegurarem.

Metodologia de investigação

Visando contribuir para esta escassa pesquisa sobre uma experiência inovadora de ensino e aprendizagem, foi pertinente realizar uma investigação relevante no âmbito nacional, embora se enquadre no consórcio Europeu, focada na análise do uso regular e planeado da plataforma digital MILAGE APRENDER+ que se centra nos contributos pedagógicos de professores portugueses de matemática nas práticas letivas e no trabalho autónomo dos seus alunos do ensino básico e secundário. Este estudo qualitativo e interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) tem como objetivo "compreender o reconhecido contributo na utilização regular e planeada da plataforma digital em contexto escolar proposto por professores em sala de aula e para garantir o incentivo pedagógico dos alunos do ensino básico e secundário na aprendizagem da Matemática". Com esse objetivo foram formuladas as seguintes questões: (i) quais as opções e o reconhecimento da contribuição das dinâmicas educativas desencadeadas pelos professores que utilizam regularmente a plataforma, para garantir o ensino e a aprendizagem dos alunos nas práticas? (ii) quais as experiências e opiniões dos alunos relativamente à utilização pedagógica e funcionalidade da plataforma nas práticas e contributos para a sua motivação e incentivo pedagógico da aprendizagem matemática?

Os participantes deste estudo, realizado em diferentes agrupamentos de escolas em Oeiras, Braga e Lagoa, foram 10 professores (masculinos e femeninos) e 150 alunos com idades entre os 10 e os 17 anos, masculinos (55%) e femeninos (45%). Foram selecionados por serem reconhecidos como utilizadores frequentes da plataforma MILAGE APRENDER+ nos vários níveis do ensino básico e secundário. E os participantes voluntariaram-se com base no consentimento informado, assinado pelos professores e representantes legais dos respetivos alunos, garantindo a sua confidencialidade e o anonimato dos seus nomes sem divulgação de dados pessoais, só usado letra e número, cumprindo as questões éticas do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IE, 2016), e respeitado o regulamento geral de proteção de dados recolhidos sem plagiar, falsificar ou distorcer, que assegura a validade dos resultados usando uma abordagem correta em que o trabalho realizado está transparente e rigoroso.

A recolha de dados necessária para responder ao objetivo, realizada em diversas escolas de Portugal, baseou-se em: (i) entrevistas iniciais semiestruturadas de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994) realizadas pela autora com professores participantes com foco nas perceções sobre: funcionalidade e efeitos pedagógicos do uso da plataforma nas práticas educativas e de aprendizagem; aspetos fundamentais das atividades realizadas nas dinâmicas educativas; (ii) por fim, um questionário autopreenchido e de estrutura mista (Cohen et al. 2007), aplicado aos alunos das turmas dos professores participantes, incluindo: ques-

tões fechadas com formato de resposta em escala de 5 pontos (1- discordo totalmente a 5-concordo totalmente), focando no envolvimento, motivação e apoio/contribuição para o trabalho realizado através da plataforma; e outras questões abertas nas quais descrevem experiências específicas destacadas em respostas anteriores, incidindo particularmente no seu envolvimento, interesse e satisfação nas funcionalidades da plataforma e na perceção do contributo dos efeitos da sua utilização nos conteúdos educativos na promoção da sua aprendizagem.

No próximo capítulo são apresentados os resultados da análise descritiva dos dados evidenciados pelas respostas da diversidade dos participantes.

Resultados

Os resultados deste estudo, a partir da análise das respostas dos professores às entrevistas e dos alunos aos questionários, mostram que nas diferentes turmas a utilização da plataforma MILAGE APRENDER+ tem sido bastante regular e planeada pelos professores, especialmente nas dinâmicas educativas na sala de aula e também utilizado com atividades online pelos alunos, por considerá-lo uma vantagem: "usei muito, além de uma vez por semana"(PA; PB; PC; PD); "É mais para eles trabalharem e desenvolverem as suas aprendizagens e ultrapassarem as suas dificuldades na aprendizagem" (PA).

As atividades percebidas e destacadas pelos professores, como determinantes do necessário incentivo educativo eficaz ao sucesso dos alunos do ensino básico e secundário em matemática, as atividades iniciadas por eles em sala de aula baseiam-se essencialmente nos materiais disponíveis na plataforma, que consultaram e utilizaram essencialmente porque consideram que são enriquecidos com mais tarefas do que nos manuais e com diferentes graus de desafio adequados ao perfil de cada aluno, que consideram pertinente integrar nos vários temas matemáticos a lecionar, no âmbito do currículo de aprendizagem. "O que eu uso são os recursos já feitos" (PA); "vendo e escolhendo as fichas que se adequam e me interessam a fazer dentro dos conteúdos que estou a lecionar" (PB; PC); "até há alguns conteúdos que têm poucos exercícios no manual, mas que na plataforma até têm mais, esses aí até aproveito mais, às vezes os conteúdos mais difíceis" (PD); "isto é interessante para o aluno e tem uma grande vantagem, que foi uma coisa que mudou, estão de acordo com as aprendizagens essenciais, mesmo os itens todos, e está tudo de acordo com os domínios e subdomínios do programa" (PC; PD); "uma plataforma bem conseguida porque tem fichas com diferentes níveis atendendo ao perfil de cada aluno" (PA;PB).

Igualmente percecionado e assinalado pelos professores, esta opção é como determinante para ajudar a recuperar alguns dos alunos com dificuldades e incentivar os alunos e melhorar o seu sucesso, "foi a promoção de atividades de enriquecimento curricular e estabelecimento de práticas mais dinâmicas em aulas que usamos recursos da plataforma indicando aos alunos o que são as resoluções e os vídeos explicativos que devem ver antes de resolver os exercícios e compreendam melhor conteúdos matemáticos" (PA, PB, PC, PD); "e acompanhamos todos os alunos na sua autonomia e no seu trabalho colaborativo (em pequeno

grupo) que os estimula a avaliar e corrigir o seu trabalho e o dos colegas na resolução de determinadas tarefas e processo de aprendizagem, e propomos uma posterior discussão coletiva final com as respostas necessárias para apoiar a produção da aprendizagem" (PA, PB, PC, PD); "É mais para eles trabalharem e desenvolverem as suas aprendizagens e ultrapassarem dificuldades na aprendizagem, a parte interessante dos alunos é resolverem e depois fazerem a avaliação do que fizeram e avaliarem também os colegas ou os colegas avaliarem a eles. Isso torna um bocado mais dinâmico e mais interativo uns com os outros" (PA; PB; PC); "Consigo acompanhar melhor os alunos e esclarecer as suas dúvidas, nestas aulas, ajuda a ficarem mais motivados, empenhados e também a melhorar as suas aprendizagens" (PD); "eu até posso projetar e ter equipamento na escola, em tablets, em que eles possam fazer a atividade" (PB;PC).

Os professores também produziram alguns materiais que disponibilizam na plataforma, principalmente planilhas e vídeos explicativos de como resolver os exercícios.

Foi possível verificar que o aspeto mais saliente do uso da plataforma nos agrupamentos das escolas consiste no envolvimento e trabalho desenvolvido por alunos que têm vindo a aderir e a participar no desenvolvimento dos temas e atividades propostas pelos professores, que consideraram úteis na melhoria da sua confiança e processo de aprendizagem na disciplina de matemática. Verifica-se que avaliaram os valores médios registados de forma bastante positiva apresentando todos representativos de uma avaliação positiva, situando-se acima de 4 pontos na escala utilizada (1 a 5). Mencionaram as suas perceções e opiniões: "O que me agradou mais na utilização da plataforma foi a motivação para fazer as atividades autonomamente" (A19; A23; A41); "O que gosto e me agradou mais foi o que desenvolvi ao resolver os exercícios com os meus colegas, porque assim posso aprender mais" (A3;A4; A 41; A55; A63). "é costume trabalharmos mais em grupo e assim aprendemos uns com os outros" (A5; A12). "O que me agradou mais foi o facto de ter muitos exercícios e tarefas" (A6; A22; A65; A 66). "envolvo-me regularmente na avaliação das minhas resoluções e dos meus colegas" (A10)."Eu gosto de usar esta plataforma que funciona muito bem, pois as atividades são interessantes e acho que facilita o nosso estudo. O que me agradou mais foi podermos trabalhar em grupo, posso realizar exercícios diferentes e tirar as minhas dúvidas". (A11; A15; A17; A37). "A plataforma contribui para me empenhar a aprender matemática, que é mais motivadora através das atividades que realizo na plataforma" (A3; A 4; A8; A46). "Agradou-me os materiais de apoio disponíveis na plataforma e o facto dos vídeos que explicavam a matéria e os processos de resolução para praticar exercícios e ajudou-me muito em questões de segurança, eu sentia-me muito mais confiante naquilo que eu estava a fazer" (A30, A32, A 38; A53; A57).

Conclusões

O propósito central deste estudo, decorrente no ano letivo 2021/22, foi analisar e compreender a funcionalidade e os efeitos pedagógicos do uso regular e planeado da plataforma MILAGE APRENDER+ na promoção do sucesso dos alunos na aprendizagem da

matemática no 3.º ciclo do ensino básico e no ensino secundário, e os evidentes desafios e recomendações para a sua eficiente implementação.

Os resultados do estudo mostram que podemos concluir que incentivado pelas respetivas escolas, o uso bastante regular e planeado da plataforma por diversos professores, em sala de aula e combinado com atividades online, revela amplas e positivas potencialidades pedagógicas assinaláveis nesse seu uso, observadas e reconhecidas pela globalidade dos participantes, como benéfico para o envolvimento ativo e autónomo dos alunos na realização de tarefas e observação de vídeo, e a motivação e promoção da aprendizagem dos alunos de conhecimentos da Matemática. Nestes contextos, a avaliação mais favorável dos efeitos da plataforma salienta as atividades desencadeadas pelos professores que se apoiam essencialmente no material já disponibilizado na plataforma MILAGE APRENDER+, considerado curricularmente enquadrado (com as aprendizagens essenciais), incluindo fichas de trabalho alusivas aos diversos tópicos matemáticos que têm conteúdo mais alargado na plataforma do que no manual, e recursos de autocorreção, nomeadamente resoluções e vídeos explicativos sobre os conteúdos. Foi um potencial da plataforma que mais agradou aos alunos, tornando-os confiantes, e tiraram partido deste uso para compreender melhor conteúdos matemáticos, progredindo na sua aprendizagem e competências digitais. E a integração da plataforma no ensino também permite que o professor melhore avalie o empreendimento dos alunos nas atividades propostas, com base na receção do feedback das tarefas realizadas, e apoie as dúvidas que têm. As atividades que a plataforma potencia em sala de aula é no geral positiva, são consideradas bastante positivas também para apoiar a dinâmica das práticas de ensino cumprindo as recomendações de documentos de âmbito escolar (NCTM, 2014), em que os professores auxiliados pelos diversos recursos da plataforma gerem a diferenciação pedagógica, particularmente os diferentes ritmos de aprendizagem e níveis de conhecimento e dificuldade dos alunos, propondo fichas ou tarefas de enriquecimento curricular com graus de desafio diferentes, adaptadas ao perfil dos alunos e ao seu progresso, de forma que os que têm mais dificuldades possam realizar atividades distintas e os restantes avancem nas tarefas com base no seu conhecimento, capazes de apoiar cada um a atingir ou recuperar aprendizagens. salientado igualmente pelos professores e alunos, tornam também as aulas mais dinâmicas, proporcionando mais motivação e envolvimento ativo e autónomo dos alunos. Uma particular ênfase positiva é o uso nas aulas, reconhecida a vantagem do proposto trabalho colaborativo dos alunos, o que mais os agradou e induziu a refletir e promover discussões fundamentadas nos temas e questões matemáticas entre eles.

Neste âmbito, recomenda-se que a acessibilidade da plataforma seja considerada prioridade, nas escolas, nos diversos níveis de ensino, para valorizarem estas vantagens escolares, dada a particular relevância na atual legislação nacional (DIÁRIO DA REPÚBLICA, 2018), que estipula que as práticas e recursos de ensino usados pelos estabelecimentos de ensino devem estar capazes de possibilitar respostas a todos os alunos para que adquiriram um nível de educação que facilite a inclusão social. Nas escolas, nos diversos níveis de ensino, para valorizarem estas vantagens escolares, sugere-se finalmente, como oportuno, que as

escolas, para valorizarem estas vantagens escolares, mantenham continuadamente o incentivo deste uso educativo aos seus professores, desde os anos iniciais, sendo oportuno proporcionar ações de formação de professores, apreciada positivamente como benéfica no desenvolvimento da apropriação do uso da plataforma nas práticas de ensino e aprendizagem, incluindo a avaliação e envolvimento dos alunos. garantindo um amplo desenvolvimento de capacidades pedagógicas, ajustadas ao contexto curricular. Contudo, são consideradas necessárias mais investigações, especialmente sobre como a utilização desta plataforma também contribui para a preparação de práticas docentes de professores para melhorar os contextos educacionais dos seus alunos em outras áreas disciplinares que estão incluídas nesta plataforma.

Para terminar, este estudo sugere reconhecidas possibilidades úteis para apoiar os principais contributos para a diversidades de professores da comunidade educativa, com foco no uso da plataforma digital nas diversas práticas letivas que demonstram uma inovativa influência significativa na promoção do necessário aprofundamento do incentivo, competências e aprendizagem dos alunos que se ativaram.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., & Serrazina, L. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

Boston, M. D., & Smith, M. S. (2011). A task-centric approach to professional development: Enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM, 43*(6-7), 965–977. doi:10.1007/s11858-011-0353-2

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Buckenmeyer, J. A. (2010). Beyond computers in the classroom: factors related to technology adoption to enhance teaching and learning. *Contemporary Issues in Education Research*, 3(4), 27–36. https://doi.org/10.19030/cier.v3i4.194.

Correia N. et al. (2021). As tecnologias digitais de informação e comunicação no ambiente de trabalho em tempos de pandemia. *Revista Espaço Acadêmico*, v. 20, n. 2, p. 106-114. https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/EspacoAcademico/article/view/58127/751375151861

Cohen, L. et al. (2007). *Research Methods in Education* (6th ed.). Routledge.

Costa et al. (2021). A utilização das plataformas digitais no ensino da Matemática no Instituto Federal do Piauí – Campus Cocal. *Revista IMPA, Fortaleza*, v. 2, n. 3. https://doi.org/10.51281/impa.e021027

Cosme, A. (2021). Metodologias, métodos e situações de aprendizagem: propostas e estratégias de ação: ensino básico, ensino secundário 1ª ed. Porto: Porto Editora. http://id.bnportugal.gov.pt/bib/bibnacional/2088885

DIÁRIO DA REPÚBLICA, 1.ª série-N.º 129-6 de julho de 2018.

Elbênia, M. S. (2016). Plataformas Digitais: Benefícios para a Educação do Século XXII. *Internet latent corpus journal* v. 6, n. 2. http://revistas.ua.pt//index.php/ilcj/index

Figueiral L. et al. (2013). Aprender Matemática: porquê e para quê? *Educação e Matemática, 125,* p. 61-71.

Horta et al. (2019). Promoção de inovação pedagógica em contexto escolar: Quais as motivações, expectativas e desafios proporcionados pelos docentes. *Revista multidisciplinar.com 1*(1), 77-87. https://doi.org/10.23882/MJ1910

IE (2016). Carta Ética para a Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. http://www.ie.ulisboa.pt/investigacao/comissao-de-etica

Lui, R. & Yiu, S. M. (2013). Evaluating and Adopting e-Learning Platforms. *International Journal of e-Education, e-Business, e-Management and e-Learning*, *3*(3), 229-133.

Lygianne, B. & Geraldo, E. M. (2020). Contribuições da Educação Matemática para a cultura de respeito à dignidade humana. 174 RIDH Bauru, v. 8, n. 2, p. 173-188.

Ministério da Educação (2021). Aprendizagens essenciais de Matemática do ensino básico e secundário. Lisboa: Direção Geral de Educação (DGE).

National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA.

Nascimento et al. (2019). Matemática e qualidade de vida: uma perspetiva interdisciplinar. *In*: Barboza, Pedro Lúcio (Org.). *Pesquisas sobre elementos da prática de sala de aula em Matemática.* Jundiaí: Paco Editorial, 2019. p. 73-86.

Ponte et al. (2003). O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. Em D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares*, p. 159-192. Campinas: Mercado das Letras.

Silva et al. (2016). Redes sociais no processo de ensino e aprendizagem: com a palavra o adolescente. *In*: SOUSA et al. (Orgs), *Teorias e práticas em tecnologias educacionais. Campina Grande*: EDUEPB, p. 67-98.

Wijnker et al. (2021). Film as the engine for learning: A model to assess film's interest raising potential. *Projections*, 15(2), 56– 90. https://doi.org/10.3167/proj.2021.150203

Desenvolvimento do pensamento combinatório e Educação Financeira: possibilidades de um pequeno-almoço saudável e económico

Development of combinatorial thinking and Financial Education: possibilities for a healthy and economical breakfast

Luanne Lima Ferreira[1], *Rodolfo Chaves*[2], *Ana Elisa Santiago*[3]

[1]Instituto Federal do Espírito Santo, *prof.luannelima@gmail.com*
[2]Instituto Federal do Espírito Santo, *rodolfoc@ifes.edu.br*
[3] Escola Superior de Educação em Coimbra do Instituto Politécnico em Coimbra, *asantiago@esec.pt*

Resumo. *Este poster tem como objetivo apresentar uma Prática Educativa Investigativa, de caráter interdisciplinar, que fomenta o desenvolvimento do pensamento combinatório, a partir de hábitos alimentares, como uma possível estratégia à educação financeira.*

Abstract. *This poster aims to present an Investigative Educational Practice of interdisciplinary nature, fostering the development of combinatorial thinking based on dietary habits, as a potential strategy for financial education.*

Palavras-chave: Pensamento Combinatório; Educação Financeira; Prática Educativa Investigativa; Modos de Produção de Significado da Rua e da Escola.

Keywords: Combinatorial Thinking; Financial education; Investigative Educational Practice; Means of Production of Significance in the Street and School.

Introdução

O sistema educacional português, através do despacho nº 8209/2021, propõe uma educação global e integral do indivíduo, integrando o ensino e aprendizagem da matemática com outras áreas curriculares. De forma semelhante, a Lei nº 13.415/2017 do sistema educacional brasileiro enfatiza a necessidade de abordar temas contemporâneos que afetam a vida dos alunos em escalas local, regional e global. Ambos os sistemas destacam a educação alimentar e financeira como temas transversais.

Embora não sigamos os lastros teóricos e epistemológicos de tais documentos, como professores atuantes e mestrandos em formação contínua, propusemo-nos a investigar de que forma podemos discutir a matemática do dia-a-dia, na escola. Nossa inquietação é que, na escola, seja possível explicitar, modos de produção de significados da rua, produzindo legitimidade, dentro da escola, para modos de produção de significado da rua e que, também seja possível, propor novos modos de produção de significados, juntando aos do dia-a-dia, em vez de os substituír (Lins, 1999).

Diante do exposto, propomos uma Prática Educativa Investigativa (PEI), baseada no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que tem por objetivo*:* Estimular e propor aos estudantes reflexões sobre seus hábitos alimentares referentes à primeira refeição do dia, com vista a dialogar a respeito de escolhas conscientes e econômicas ao comprar ingredientes para compor um pequeno-almoço saudável, utilizando a matemática como uma possível ferramenta de leitura de mundo.Parte superior do formulárioParte inferior do formulário

Este texto faz parte de uma investigação qualitativa em desenvolvimento, vinculada a: (i) uma investigação de mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espirito Santo (Ifes) – Brasil; (ii) um Programa de Mobilidade Estudantil e Intercâmbio Internacional na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra (ESEC) – Portugal, em convênio com o Ifes; (iii) o "Programa Linsiano de Investigação em Educação Matemática Escolar no século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica".

Uma Proposta de Prática Educativa Investigava envolvendo o desenvolvimento do pensamento combinatório e a educação financeira.

A PEI que propomos, intitulada "*Um menu mais saudável e económico à primeira refeição*: *é possível*?" encontra-se baseada no MCS, que propõe a produção de significados como aspecto central de toda aprendizagem, de maneira que se possa produzir conhecimentos e significados combinatórios e financeiros, a partir do contexto dos hábitos alimentares. Foi elaborada e planeada: (*a*) a partir de experiências dos autores em práticas de sala de aula; (*b*) a partir do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), no Brasil; (*c*) com alunas da formação inicial de professores, a frequentar o mestrado, futuras professoras de Matemática e Ciências Naturais do 2º CEB, em Portugal.

Não especificamos uma quantidade de aulas para esta PEI, pois não operamos por tal espectro, visto que, conforme o MCS, cada sala de aula é um mundo diferente.

Prática Educativa Investigativa:
Um menu mais saudável e econômico à primeira refeição: é possível?

Objetivo: Estimular e propor aos estudantes, por meio do desenvolvimento do pensamento combinatório, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes à primeira refeição do dia, com vista a dialogar a respeito de escolhas conscientes e econômicas ao comprar ingredientes para compor um pequeno-almoço saudável, utilizando a matemática escolar como uma possível ferramenta de leitura de mundo.

A importância do pequeno-almoço

Joana Ferreira
Nutricionista Estagiária à Ordem dos Nutricionistas
https://www.fpcardiologia.pt/a-importancia-do-pequeno-almoco/
Acesso: 12 de março de 2024.

Figura 1. Apresentação da PEI

A proposta da leitura e discussão do texto inicial, tem como estratégia, incentivar os alunos a falarem a respeito do tema proposto.

1) Depois da leitura do texto, discute com teus colegas qual a função dos hidratos de carbono, proteínas, vitaminas, fibras e gorduras. Caso seja necessário, pesquisem na internet.
2) Quais são os alimentos que incluis regularmente no teu pequeno almoço?
3) Depois de discutirem em grande grupo os dados obtidos na turma, completa a tabela seguinte registando os alimentos que a tua turma costuma consumir ao pequeno almoço, com maior regularidade.

O pequeno almoço da turma

Alimento	Contagem	Frequência absoluta

Figura 2. Tarefa de 1 ao 3.

Na 1ª tarefa, a objetivo é que o estudante redija aquilo que compreendeu, seja no texto lido ou em aulas de ciências, a respeito dos nutrientes. Já na 2ª tarefa a ideia é promover um diálogo referente à alimentação da classe, ao passo que, na 3ª tarefa, a ideia é que operem aritmeticamente.

4) Tendo em conta o texto que leste e os dados que obtivemos na tabela, consideras que o teu pequeno almoço é saudável? E o da tua turma? Justifica.

5) Qual é o alimento que a tua turma consome mais? E que consome menos?

Figura 3. Tarefa 4 e 5.

Na 4ª tarefa, ao discutir a respeito de alimentos ingeridos no pequeno-almoço, sugerimos que se proponha um ambiente de reflexão da alimentação como uma prática cultural, ao passo que, na 5ª tarefa, seja possível relacionar os alimentos consumidos como expressão de tradição alimentar.

6) Observa o panfleto seguinte e constrói, em grupo, um menu de pequeno-almoço com um custo máximo de 10 euros. Tenta ser o mais económico possível.

Figura 4. Tarefa 6.

Na 6ª tarefa, a ideia é promover o pensamento combinatório a partir do diálogo entre os alunos a respeito de um *menu* mais económico, explorando ideias matemáticas intuitivas como a árvore de possibilidades. Esse processo, junto com as tarefas 7, 8, 9 e 10, pode desencadear a produção de significados à educação financeira, como reflexões a respeito da dicotomia entre consumo e consumismo, em consonância com a sociedade de consumidores descrita por Bauman (2008).

7) Qual foi o pequeno almoço mais económico?
8) Qual foi o pequeno almoço mais saudável? Justifica.
9) Todos os menus incluem uma fonte de hidrato de carbono, uma fonte de proteína e uma fruta? Se não, qual seria a tua sugestão para cada um dos menus?
10) Na tua opinião, qual é o menu mais económico e saudável?

Figura 5. Tarefa 7 ao 9.

Ao discutir, o menu mais saudável, ou o mais económico, é possível observar as justificações dos alunos às diferentes possibilidades formadas e assim observar os significados produzidos à educação financeira.

Na tarefa 10, sugerimos que se ofereça um espaço para que os alunos possam compartilhar ideias, dúvidas, questionamentos e as maneiras de operar, afinal, eles podem produzir outros significados a partir das enunciações dos colegas.

Financiamento

Financiada pelo IFES no período de fevereiro de 2024 a maio de 2024.

Referências bibliográficas

Bauman, Z. (2008). *Vida para o consumo*: *a transformação das pessoas em mercadoria*. Jorge Zahar,.

Brasil. Lei nº 13.415, 16 de fevereiro de 2017. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm. Acesso em: 12 de outubro de 2022.

Chaves, R. (2004). *Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?* Rio Claro. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

Despacho normativo nº 8209/2021, Ministério da Educação (2021). Diário da República, 2.ª série de 19-08-2024. https://files.diariodarepublica.pt/2s/2021/08/161000000/0011500116.pdf

Lins, R.C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática:* concepções e perspectivas. Editora UNESP. (Seminários DEBATES Unesp). p. 75-94.

Ecossistemas digitais na aprendizagem da Matemática: O impacto da plataforma MILAGE APRENDER+

Digital ecosystems in maths learning: The impact of the MILAGE APRENDER+ platform

Lara Almeida[1], *Maria Helena Martinho*[2], *Mauro Figueiredo* [3]

[1]*Escola Secundária de Vila Verde, slaraalmeida@gmail.com*
[2] *Universidade do Minho, mariahelenamartinho@gmail.com*
[3] *Universidade do Algarve, mfiguei@ualg.pt*

Resumo. *Nos últimos anos têm emergido inúmeras plataformas educativas que favorecem a criação de ecossistemas digitais de aprendizagem. Este estudo tem como objetivo analisar o impacto da plataforma MILAGE APRENDER+ na aprendizagem da Matemática. A metodologia escolhida para esta investigação é de natureza qualitativa e quantitativa.*

Abstract. *In recent years, numerous educational platforms have emerged that favour the creation of digital learning ecosystems. This study aims to analyse the impact of the MILAGE APRENDER+ platform on learning mathematics. The methodology chosen for this research is qualitative and quantitative in nature.*

Palavras-chave: Ecossistemas; Educação Digital; Matemática; MILAGE APRENDER+

Keywords: Ecosystems; Digital Education; Math; MILAGE LEARN+

Introdução

O desenvolvimento de ecossistemas constituídos por ambientes digitais em rede é um enorme desafio para os professores e um grande estímulo para os alunos, promovem a autonomia, a flexibilidade, a inclusão e a interação e favorecem a criação de comunidades de aprendizagem robustas e um maior compromisso dos alunos.

A plataforma MILAGE APRENDER+ é uma aplicação educativa gratuita que permite aos alunos terem acesso a inúmeras tarefas digitais numa ótica de associação entre o analógico e o digital. Este projeto tem como objetivo estudar o impacto da plataforma MILAGE APRENDER+ na aprendizagem da Matemática. Esta app contém materiais do 1º ao 12º ano de escolaridade do programa de Matemática de Portugal, e está também acessível na Alemanha, Espanha, Chipre, Turquia e da Noruega.

Objetivos e questões de investigação

Este estudo, em fase inicial de desenvolvimento, tem como objetivo perceber o impacto da plataforma MILAGE APRENDER+ na aprendizagem da Matemática. Procurar-se-á responder às seguintes questões:

1. De que forma a associação do analógico com o digital permite o desenvolvimento da escrita matemática?
2. De que modo a componente de gamificação influencia o compromisso dos alunos com a sua aprendizagem?
3. De que modo a avaliação formativa instantânea é um catalisador para o sucesso académico dos alunos?
4. Quais os efeitos, pedagógicos e académicos, para os alunos do uso regular da plataforma?

Enquadramento teórico

Tendo em conta os desenvolvimentos tecnológicos que emergiram nos últimos anos na área da educação, importa refletir sobre o impacto da integração da tecnologia na prática pedagógica do ensino da matemática.

A escola não deve ser vista como um local de transmissão de conhecimentos descontextualizados, soltos, o ensino deve ser um processo aglomerado sólido, estruturado, com significado e coerente (Amante, 2008). A integração das novas tecnologias na escola deve ser contextualizada com projetos educativos e deve ter em conta as aprendizagens que se pretendem alcançar. A utilização de tecnologias digitais encoraja a interatividade, permite um feedback instantâneo, facilita a aprendizagem cooperativa e promove a colaboração de pares (Jahnke & Kumar,2014).

No contexto educacional, um ecossistema digital assume-se como um sistema de aprendizagem em rede, que apoia o desenvolvimento de tecnologias abertas e a evolução de ambientes ricos em conhecimento (Moreira, 2018). Inserido nessas tecnologias abertas podemos incluir as apps educacionais, que permite explorações dinâmicas e manipulações virtuais, a par de um feedback instantâneo (Coffland & Xie, 2015).

Compete aos docentes a criação de cenários inovadores de aprendizagem que atribuam aos alunos um papel ativo, de permanentes questionadores, investigadores, criadores do seu conhecimento. À que ressalvar que a essência da inovação está na metodologia associada ao uso dessas tecnologias na sala de aula que possibilitem aos alunos explorar ecossistemas digitais na procura de soluções para os problemas. Segundo estudo realizado por Willacy e Calder (2017) o uso de aplicações móveis influencia positivamente a aprendizagem da matemática e compromete a maioria dos alunos na sua aprendizagem. Calder (2012) refere ainda que a integração das tecnologias digitais nos programas de matemática facilitou a

modelação de situações matemáticas que conduziram a um pensamento matemático avançado.

Metodologia

Esta investigação será realizada em duas fases: uma primeira fase, de caracter quantitativo, consiste na aplicação de um questionário a um grupo alargado de alunos de diferentes níveis de ensino que utilizem a app MILAGE, e a segunda fase, de abordagem qualitativa, consiste na observação de aulas de Matemática e realização de entrevistas a alguns alunos das turmas observadas.

Resultados esperados

Com este estudo espera-se compreender os impactos positivos do uso regular da App MILAGE APRENDER+ nas aprendizagens da disciplina de Matemática e que as especificidades desta aplicação móvel influenciam o envolvimento dos alunos nas suas aprendizagens e o cuidado na escrita matemática.

Referências bibliográficas

Amante, L., Quintas-Mendes, A., Morgado, L., & Pereira, A. (2008). Novos contextos de Aprendizagem e Educação online. *Revista Portuguesa De Pedagogia, 42*(3), p. 99-119. https://doi.org/10.14195/1647-8614_42-3_6

Calder, N. (2012). *Processing Mathematics through Digital Technologies: The Primary Years.* The Netherlands.

Coffland, D. A., & Xie, Y. (2015). *The 21st Mathematics curriculum: A technology enhance* experience. In Emerging technologies for STEAM education (pp. 311-329). Springer International Publishing.

Hu, H., & Garimella, U. (2014). iPads for STEM teachers: A case study on perceived usefulness, perceived proficiency, intention to adopt, and integration in K-12 instruction. Journal of *Educational Technology Development and Exchange*, *7*(1), 4.

Jahnke, I., & Kumar, S. (2014). Digital didactical designs: Teachers' integration of iPads for learning-centered processes. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, *30*(3), 81-88

Gomes, J. F. (2014). A tecnologia na sala de aula. In F. Vieira & M. T. Restivo (Eds.), *Novas tecnologias e educação* (pp. 17-44). Biblioteca Digital da Faculdade de Letras da Universidade do Porto

Moreira, J. A. (2018). Reconfigurando ecossistemas digitais de aprendizagem com tecnologias audiovisuais. *EmRede-Revista de Educação a Distância*, *5*(1), 5-15

Willacy, H., & Calder, N. (2017). Making mathematics learning more engaging for students in health schools through the use of apps. *Education Sciences*, *7*(2), 48.

XXXIV SIEM
SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
17 | 18 Julho 2024

Caldas da Rainha

APM
Associação de Professores de Matemática