

Encontro Nacional de Professores de Matemática



©Câmara Municipal de Castelo Branco

# AS PRÁTICAS DOS ALUNOS E AS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS NO 1.º E NO 2.º CEB

Neusa Branco

Escola Superior de Educação, Instituto  
Politécnico de Santarém  
Unidade de Investigação do Instituto de  
Educação, Universidade de Lisboa

neusa.branco@ese.ipsantarém.pt



**XXXV SIEM 10.11 julho** Castelo Branco 2019  
Geminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática



# Finalidades para o ensino da Matemática

---

XXXV

PROFMAT

11  
12  
13

XXXSIEM 10.11  
Sembrar  
da Investigação em Educação Matemática

- Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos.
- Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.

# Oito práticas para ensino de qualidade

XXXV

PROFMA

11  
12  
13

- Estabelecer **metas focadas na aprendizagem da Matemática**
- Propor tarefas que promovam o **raciocínio e a resolução de problemas**
- Usar e relacionar diversas **representações matemáticas**
- Favorecer um **discurso matemático** significativo
- Colocar **questões intencionais** com propósitos distintos
- Construir a **fluência procedimental** com base na **compreensão de conceitos**.
- Apoiar o **esforço dos alunos para superarem as suas dificuldades**.
- **Recolher e usar evidências** das estratégias dos alunos

XXXSIEM 10.11  
Seminarho  
de Investigação em Educação Matemática

# Aprendizagens essenciais

XXXSIEM 10.11  
Sembrão  
de Investigação em Educação Matemática

XXXV  
P  
R  
O  
F  
M  
a  
f  
11  
12  
13

TEMA  
Conteúdos de  
aprendizagem

AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM  
**CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**  
*Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requerem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:*

PRÁTICAS ESSENCIAIS DE  
**APRENDIZAGEM**  
*Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:*

2.º  
ano

## Números e Operações

Números naturais  
Adição, subtração,  
multiplicação e divisão  
Números racionais não  
negativo  
Resolução de problemas  
Raciocínio matemático  
Comunicação matemática

## Conhecimentos, Capacidades, Atitudes

- Desenvolver **interesse pela Matemática** e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.
- Desenvolver **confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos**, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.
- Desenvolver **persistência, autonomia e à-vontade** em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

# Aprendizagens essenciais

XXXS  
SIEM 10.11  
Sembrito  
de Investigação em Educação Matemática

XXXV  
P  
rof  
M  
a  
t  
11  
12  
13

TEMA  
Conteúdos de  
aprendizagem

AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM  
**CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**  
*Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeriram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:*

PRÁTICAS ESSENCIAIS DE  
APRENDIZAGEM  
*Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:*

5.º  
ano

## Números e Operações

Números naturais  
Números racionais não  
negativo  
Resolução de problemas  
Raciocínio matemático  
Comunicação matemática

## Conhecimentos, Capacidades, Atitudes

- Desenvolver **interesse pela Matemática** e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.
- Desenvolver **confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos**, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.
- Desenvolver **persistência, autonomia e à-vontade** em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

# Como se aprende

- A aprendizagem requer o envolvimento das crianças em **atividades significativas**
- Para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos . . . é preciso que ele se envolva num processo de **reflexão sobre essas atividades**
- **Valorizar as capacidades de pensamento dos alunos** - criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades
- A ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas nas atividades dos alunos pode ser responsável por **dificuldades que muitos sentem em realizar procedimentos aparentemente simples.**
- Conhecimento de termos, factos e procedimentos e capacidade de raciocinar e resolver problemas - **desenvolvem-se ao mesmo tempo e apoiando-se**

XXXV  
P  
R  
O  
F  
M  
A  
t  
11  
12  
13

XXXSIEM 10.11  
Sembrido  
do Investimento em Educação Matemática

# Como se aprende

XXXV  
P  
R  
O  
F  
M  
A  
13  
12  
11

- A aprendizagem é um **processo gradual de compreensão e aperfeiçoamento** . . . os alunos vão relacionando aquilo que já sabem com as exigências das novas situações.
- **Quando estas relações se ignoram** . . . ocorre um fenómeno . . . : muitos alunos, simplesmente, começam a errar naquilo que pareciam saber e deixam, até, de evidenciar capacidades que lhes eram reconhecidas.
- **A ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas** . . . pode mesmo ser responsável por grande parte das **difficultades**
- A aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva
- As **concepções** que os alunos têm sobre a matemática e sobre o seu papel como alunos . . . Desempenham um papel crucial na aprendizagem
- Aspectos cognitivos, afectivos, do domínio das concepções estão ligados ao **ambiente de aprendizagem da aula**

XXXSIEM 10.11  
Sembrido  
da Investigação em Educação Matemática

# Ideias-chave

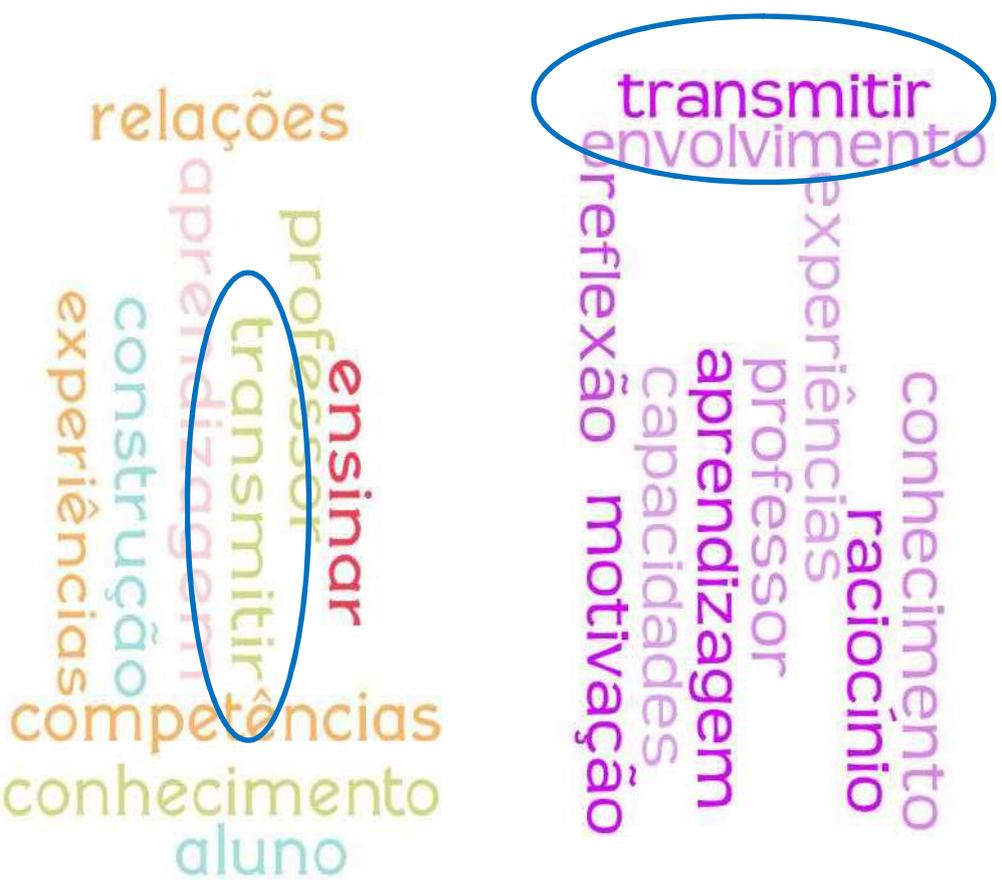
XXXSIEM 10.11  
Sembrão  
de Investigação em Educação Matemática

XXXV  
ProfMat  
11  
12  
13



# Ideias-chave

XXXV  
ProfMat  
11:12:13



# Como se aprende

XXXV  
P  
R  
O  
F  
M  
A  
f  
11  
12  
13

*Se a criança é vista como um “recipiente” que armazena informação, então o papel do professor é essencialmente de transmitir “correctamente” essa informação. Os alunos são confrontados com factos, princípios e regras que devem “adquirir” para depois aplicar. O professor atribui um significado às suas próprias palavras e acções, esperando que o mesmo seja “aprendido” pelos alunos, de modo organizado, previsível e essencialmente passivo.*

*Porém, as coisas são muito diferentes **se a aprendizagem é considerada um processo de construção activa do conhecimento por parte das crianças**. Estas, tal como os adultos, concebem um modelo do mundo com base nas experiências que vivem e nos conhecimentos prévios que têm. (pp. 23-24)*

XXXV  
S  
I  
E  
M  
10.11  
Sembrido  
do Investimento em Educação Matemática

# Abordagem de Ensino

XXXV

XXXSIEM 10.11  
Sembrando  
de Investigação em Educação Matemática

- No desenvolvimento da aula existem **diversos momentos**:
- com diferentes dinâmicas;
  - ocupam diferentes períodos de tempo na aula.

Prof. M. A. F. T. 13

## AULA

<b>Introdução:</b> Organização dos alunos e apresentação da tarefa	<b>Trabalho autônomo:</b> Os alunos fazem trabalho individual, em pares ou em pequenos grupos e o professor apoia	<b>Discussão coletiva:</b> Apresentação das resoluções pelos alunos e sua discussão em que tanto professor como alunos questionam	<b>Síntese:</b> Foco no conhecimento matemático
---	--	--	--

(Canavarro, 2011)

# Papel das tarefas

$$8 + 4 = \square + 5$$

Respostas/Percentagem de respostas				
Ano	7	12	17	12 e 17
1 e 2	5	58	13	8
3 e 4	9	49	25	10
5 e 6	2	76	21	2

(Carpenter et al., 2003, p. 9)

“pensamento relacional envolve a utilização de propriedades fundamentais do número e das operações para transformar expressões matemáticas, em vez de simplesmente calcular uma resposta após uma sequência prescrita de procedimentos”  
(Carpenter et al., 2005, p. 54)

# Papel das tarefas

---

XXXV

PROFMA

11  
12  
13

XXXSIEM 10.11  
Sembrário  
de Investigação em Educação Matemática

TI 2011

2.º ano

6. Escreve no espaço o número que falta para completar a igualdade.

$$\underline{\quad} - 7 = 12$$

TI 2012

2.º ano

12. Assinala com X o número que completa corretamente a igualdade seguinte.

$$74 + \underline{\quad} = 101$$

# Papel das tarefas

XXXX  
ProfMa  
11  
12  
13

M031317

4.º ano

TIMSS 2011

XXXXSIEM 10.11  
Gabinete de Investigação em Educação Matemática

M07\_05

$$3 + 8 = \square + 6$$

Que número deves escrever no quadrado para que a igualdade seja verdadeira?

- (A) 17
- (B) 11
- (C) 7
- (D) 5

% de respostas corretas

Hong Kong SAR	88 (1.8)	▼
Singapore	85 (1.3)	▼
Russian Federation	80 (1.9)	▼
Slovak Republic	44 (2.2)	▼
Portugal	40 (2.8)	
International Avg.	39 (0.3)	

# Papel das tarefas

XXXV

PROFMA

11  
12  
13

XXXSIEM 10.11  
Sembrário  
de Investigação em Educação Matemática

TI 2013

2.º ano

2. Escreve, na etiqueta, o número que falta para completar corretamente a igualdade.

$$17 - 5 = \boxed{\phantom{00}} - 4$$

**34,6%** dos alunos **responderam corretamente**  
**37,1%** colocaram o **número 12** na etiqueta

TI 2014

2.º ano

8. Assinala com X o número que completa corretamente a igualdade seguinte.

$$15 + 8 = \underline{\quad} + 7$$

**50%** dos alunos escolheram a **opção correta**  
**28%** responderam de forma **incorreta**.

# Papel das tarefas

$$9 + 4 = \square + 5$$

Respostas/Percentagem de respostas				
Ano	8	13	18	outra
2	36	47	21	11
3	23	23	12	4
4	47	31	25	9
Total	106	101	58	24

Dados recolhidos em papel nos anos letivos 2015-16 e 2016-17

# Papel das tarefas

Galrinho (2013)

## As compras

Dois amigos vão à praia. O Pedro comprou dois gelados e dois sumos e pagou 7 euros. A Inês comprou um gelado e três sumos e pagou 6,50 euros.

7 euros	
6,5 euros	

Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

# Papel das tarefas

Galrinho (2013)

## Tentativa e erro

Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \text{Gelado} + \text{Gelado} + \text{Sumo} + \text{Sumo} \\ &2 + 2 + 0,5 + 0,5 = 5\text{€}(x) \\ &2 + 2 + 1 + 1 = 6\text{€}(x) \\ &2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 7\text{€}(v) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \text{Gelado} + \text{Sumo} + \text{Sumo} + \text{Sumo} \\ &2 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 6,50\text{€}(v) \end{aligned}$$

R: Cada gelado custa 2€ e cada Sumo custa 1,5€.

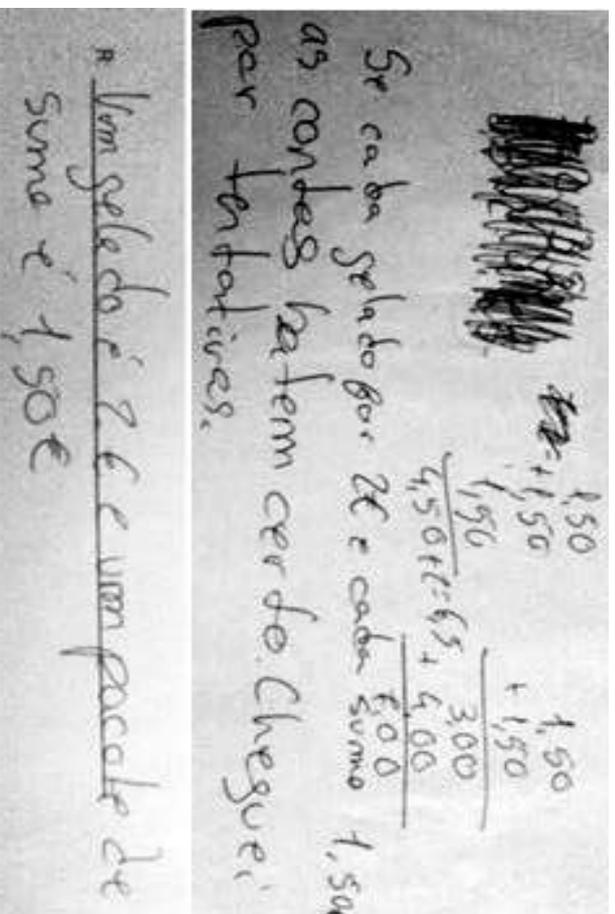
XXXV  
P  
r  
o  
f  
e  
s  
s  
o  
r  
e  
s

# Papel das tarefas

Galrinho (2013)

Tentativa erro baseada em relações

XXXX  
P  
R  
O  
f  
M  
a  
11  
12  
13



7 euros



**Estagiária:** Expliquem lá o que fizeram.

**Aluno 5:** Eu cheguei lá por tentativa. Primeiro fui dividir isto.

**Estagiária:** O quê?

**Aluno 5:** Fui dividir o 7 por 2.

**Estagiária:** Por dois gelados?

**Aluno 5:** E dois sumos. Mas depois isto não batia certo. Por isso fui tentar preços lógicos. Se o gelado fosse 2 euros e o sumo 1,50€.

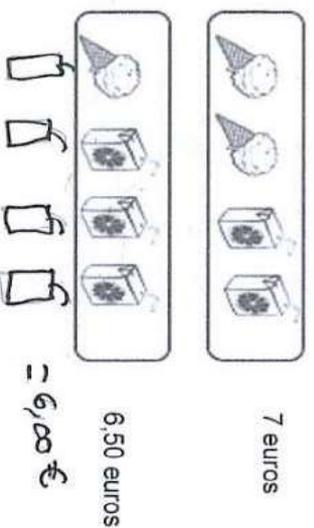
$2 + 2 + 1,5 + 1,5$       7 euros

$2 + 1,5 + 1,5 + 1,5$       6,5 euros

# Papel das tarefas

Galrinho (2013)

## Raciocínio de troca



Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

$$\begin{array}{c} \text{☞} \\ \text{☞} \\ \text{☞} \\ \text{☞} \\ \text{☞} \end{array} = 6\text{€} = 6:4 = 1,50\text{€}$$

$$\begin{array}{c} \text{☞} \\ \text{☞} \end{array} = 8\text{€} = 8:4 = 2$$
$$1,50 + 1,50 + 1,50 = 4,50\text{€} + 2 = 6,50 = \text{Sumo}$$

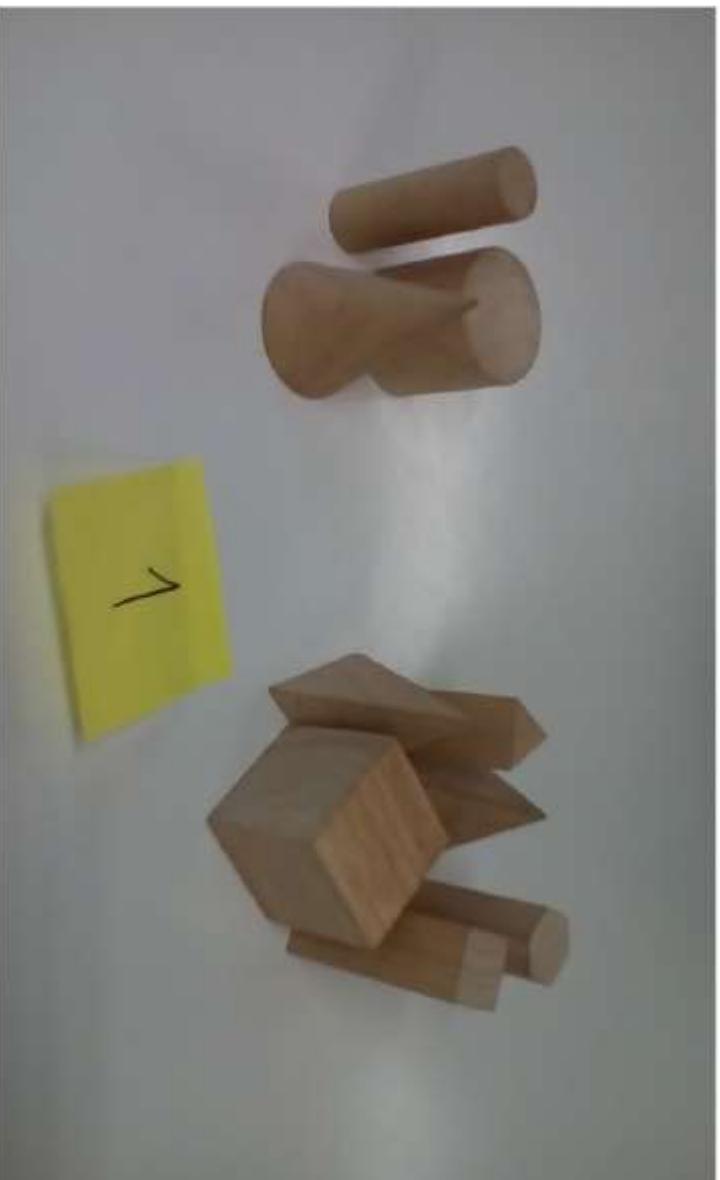
$$2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 4 + 3 = 7\text{€} = \text{Gelado}$$

XXXV  
P  
r  
o  
f  
e  
s  
s  
o  
r  
e  
s

# Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

Sólidos rolantes e não rolantes.



# Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

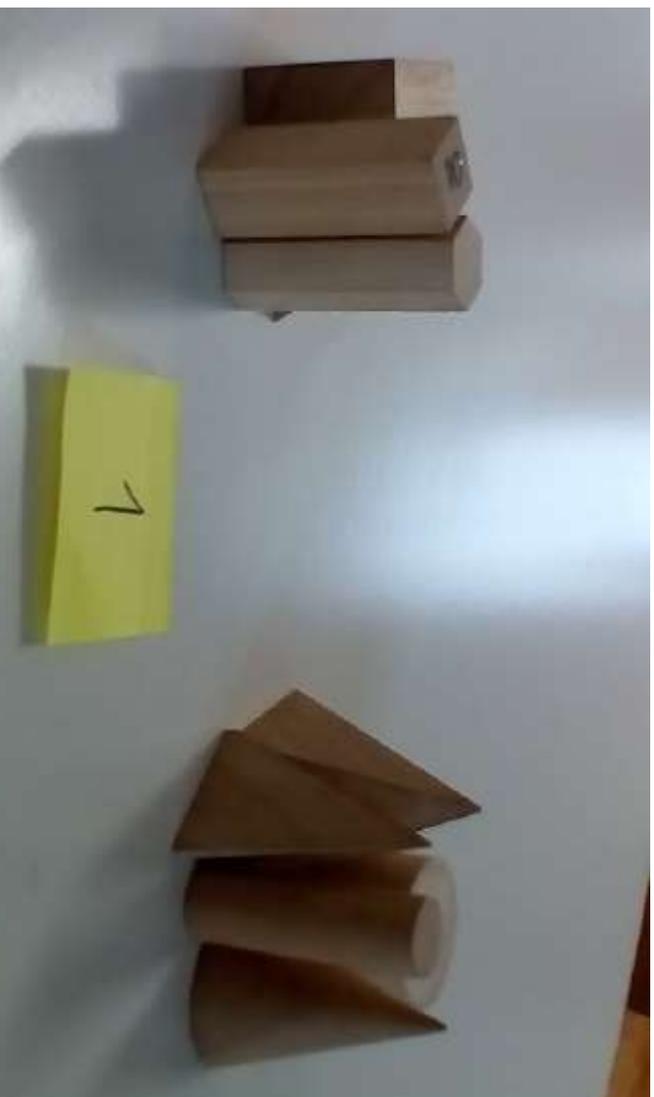
Sólidos com bases circulares e sólidos que não têm bases circulares



# Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

Sólidos com faces laterais retangulares e sólidos sem faces laterais retangulares.



# Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

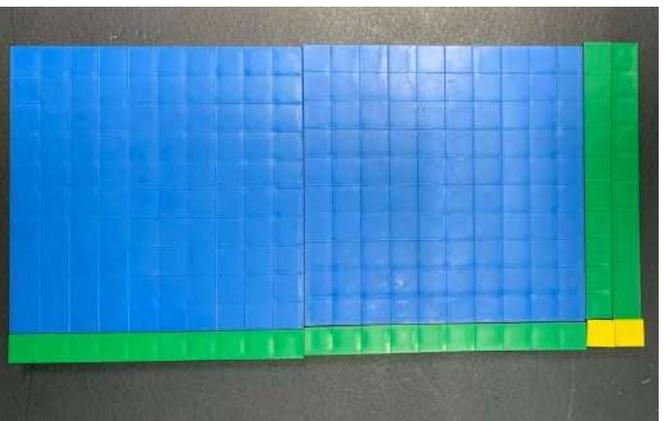
Sólidos com um vértice e sólidos sem vértices.



# Recursos manipuláveis e digitais

Usar o material base 10 para representar num modelo retangular a operação de multiplicação  $22 \times 11$

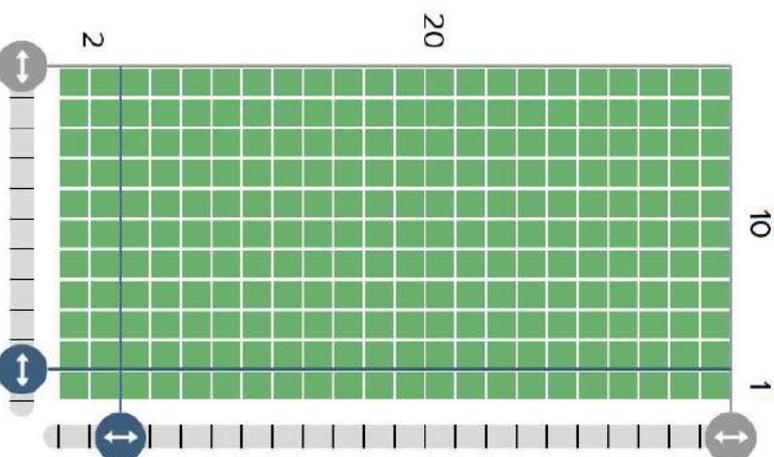
XXXV  
ProfMat  
11  
12  
13



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 11 \\ \hline 2 \quad 1 \times 2 \\ 20 \quad 1 \times 20 \\ 20 \quad 10 \times 2 \\ + 200 \quad 10 \times 20 \\ \hline 242 \end{array}$$

# Recursos manipuláveis e digitais

Usar uma aplicação digital para representar num modelo retangular a operação de multiplicação  $22 \times 11$



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 11 \\ \hline 2 \quad 1 \times 2 \\ 20 \quad 1 \times 20 \\ 20 \quad 10 \times 2 \\ \hline + 200 \quad 10 \times 20 \\ \hline 242 \end{array}$$

$$(20 \times 10) + (20 \times 1) + (2 \times 10) + (2 \times 1) = (22 \times 11)$$

# Recursos manipuláveis e digitais

Usar o material base 10 para representar num modelo retangular a operação de multiplicação  $22 \times 22$



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 440 \\ \hline 484 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 440 \\ \hline 484 \end{array}$$

$+ 400 \quad 20 \times 20$

**484**

A utilização de recursos manipuláveis continua a ser pertinente

ao longo de toda a escolaridade

$$22^2 = (20+2)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 2 + 2^2$$

# Recursos manipuláveis e digitais

XXXV

XXXSIEM 10.11  
Seminar  
de Investigação em Educação Matemática



Quais são triângulos e  
como os classificas?

Faz aparecer os pontos nas

figuras e em seguida move-os  
para identificares propriedades

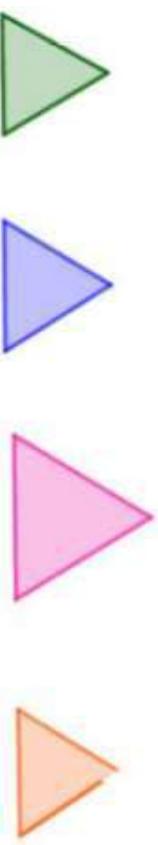
nos triângulos. Escreve no  
GeoGebra como classificas

cada um dos triângulos. Depois  
faz uma captura de ecrã e  
coloca aqui a imagem com as

tuas respostas.

Diz quais são triângulos e classifica-os.

Mostrar/resconder ponto



Profa  
11  
12  
13



# Experiências dos alunos

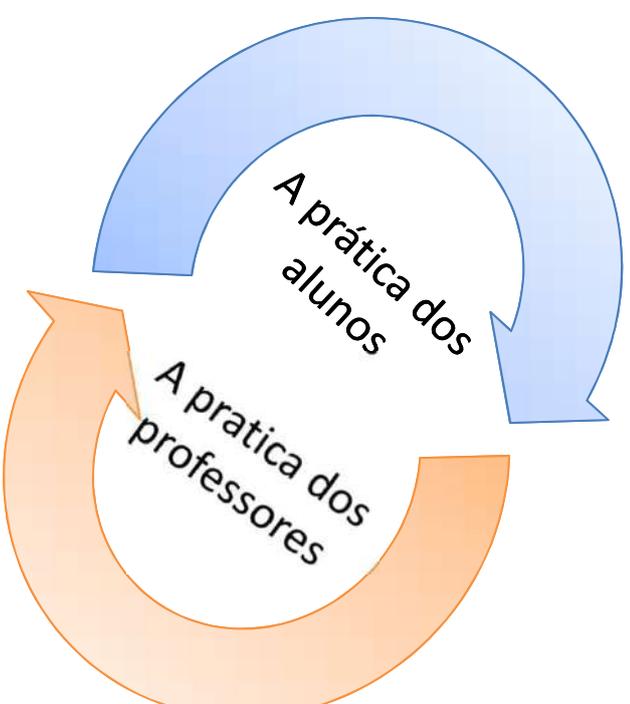
## TAREFAS

- Desafiantes e diversificadas para promover a elaboração ativa de significado;
- Relacionem novas aprendizagens com conhecimentos anteriores;
- Favoreçam raciocínios formais e provoquem conflitos cognitivos;
- Fomentem a comunicação de ideias matemáticas;
- Permitam discutir ideias erradas e melhorar a compreensão;
- Fomentem o conhecimento conceptual e processual;
- ...

## MATERIAIS MANIPULÁVEIS E RECURSOS DIGITAIS

- Fomentem a exploração de ideias matemática;
- Promovam o conflito cognitivo e a discussão;
- Apoiados por registos de processo, resultados e sistematização de ideias;
- ...

# Conclusão



*A capacidade matemática é inseparável do gosto pela matemática, e este não se desenvolve senão pela experiência.*

Renovação do currículo de Matemática (p. 41)

Encontro Nacional de Professores de Matemática



©Câmara Municipal de Castelo Branco

**Obrigada pela atenção.**

Neusa Branco

neusa.branco@ese.ipsantarem.pt

**XXXSIEM 10.11 julho** Castelo Branco 2019  
Geminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática



APM